



**Titre:** Modèle de commande d'un élément facts relié à un générateur  
Title: synchrone

**Auteur:** Bruno Heckmann  
Author:

**Date:** 2000

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Heckmann, B. (2000). Modèle de commande d'un élément facts relié à un  
Citation: générateur synchrone [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].  
PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/6958/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/6958/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

**UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL**

**MODÈLE DE COMMANDE D'UN ÉLÉMENT FACTS RELIÉ À UN  
GÉNÉRATEUR SYNCHROME**

**BRUNO HECKMANN  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAÎTRE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)  
SEPTEMBRE 2000**



**National Library  
of Canada**

**Acquisitions and  
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

**Bibliothèque nationale  
du Canada**

**Acquisitions et  
services bibliographiques**

**395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

**The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.**

**The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.**

**L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.**

**L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.**

**0-612-65581-4**

**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

MODÈLE DE COMMANDE D'UN ÉLÉMENT FACTS RELIÉ À UN  
GÉNÉRATEUR SYNCHRONE

présenté par: HECKMANN Bruno

en vue de l'obtention du diplôme de: Maître ès science appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. HURTEAU Richard, Ph.D., président

M. SAYDY Lahcen, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. AKHRIF Ouassima, Ph.D., membre

## RÉSUMÉ

Le but de cette thèse est de présenter la modélisation pour la commande d'un système constitué d'une machine synchrone connectée à un bus infini par une ligne compensée par un TCSC. Le système étudié sera triphasé. Le travail effectué ici prolonge les travaux de [Raj96], [JLD94] et [HT98]. La modélisation pour le contrôle s'appuie sur la notion d'application de Poincaré pour les systèmes périodiques de façon à obtenir un système linéaire discret. Les variables de commande du système sont les angles d'allumage des thyristors. Les modèles en boucle ouverte et en boucle fermée ont été testés pour différentes perturbations autour d'une solution d'équilibre.

## ABSTRACT

The aim of this study is to obtain a control model for a system consisting of a synchronous machine connected to an infinite bus through a TCSC. This study follows upon the work done by [Raj96], [JLD94] and [HT98]. The control modeling relies on the concept of Poincaré map which allows one to obtain a discrete linear system. With this discrete model in hand, it is now possible to apply standard control techniques. The control variables used for the system are the firing angles of the thyristors. The simulation results compare the responses of the open loop system and the closed loop system to different perturbations near the steady state solution.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>RÉSUMÉ</b> . . . . .	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b> . . . . .	<b>v</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES</b> . . . . .	<b>vi</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> . . . . .	<b>viii</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> . . . . .	<b>ix</b>
<b>LISTE DES SIGLES ET DES SYMBOLES</b> . . . . .	<b>xi</b>
<b>INTRODUCTION</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I : MACHINE SYNCHRONE</b> . . . . .	<b>4</b>
1.1 Hypothèses et notations . . . . .	4
1.2 Transformation de Park . . . . .	7
1.3 Changement d'unités (système "per unit") . . . . .	9
1.4 Expression des flux - Circuit magnétique linéaire . . . . .	11
1.5 Modèle . . . . .	12
<b>CHAPITRE II : FACTS</b> . . . . .	<b>14</b>
2.1 Utilisation des FACTS . . . . .	14
2.2 Etude du fonctionnement du circuit TCR en régime permanent . . . . .	15
2.3 Application de Poincaré . . . . .	19
<b>CHAPITRE III : MODÉLISATION</b> . . . . .	<b>23</b>
3.1 Description du système en étude . . . . .	23
3.2 Mode de fonctionnement . . . . .	24

3.3	Tension au bus infini . . . . .	26
3.4	Equations électriques . . . . .	27
3.5	Modèle d'état non linéaire . . . . .	30
3.5.1	Mode conduction . . . . .	30
3.5.2	Mode non conduction . . . . .	31
3.5.3	Modèle d'état complet . . . . .	32
<b>CHAPITRE IV : LINÉARISATION . . . . .</b>		<b>38</b>
4.1	Modèle linéarisé en mode conduction . . . . .	38
4.2	Modèle linéarisé en mode non-conduction . . . . .	43
4.3	Linéarisation autour des angles de conduction et de non-conduction .	45
4.3.1	Linéarisation autour de l'angle $\phi$ . . . . .	46
4.3.2	Linéarisation autour de l'angle d'arrêt de conduction $\tau$ . . . . .	50
<b>CHAPITRE V : MODÈLE POUR LA COMMANDE . . . . .</b>		<b>55</b>
5.1	Notations - Evolution des états . . . . .	55
5.2	Modèle pour la commande . . . . .	57
5.3	Justification du calcul de l'Application de Poincaré sur un intervalle de longueur $\pi/3$ . . . . .	60
<b>CHAPITRE VI : LOI DE COMMANDE ET SIMULATIONS . . . . .</b>		<b>66</b>
6.1	Paramètres du système . . . . .	66
6.2	Analyse en Boucle ouverte . . . . .	68
6.3	Boucle fermée . . . . .	74
6.3.1	Loi de contrôle . . . . .	74
6.3.2	Implantation de la loi de contrôle . . . . .	74
<b>CONCLUSION . . . . .</b>		<b>86</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE . . . . .</b>		<b>88</b>



**LISTE DES TABLEAUX**

2.1	Courant $i_r$ . . . . .	18
6.1	Paramètres de la machine synchrone . . . . .	67
6.2	Paramètres du TCSC et de la ligne . . . . .	67
6.3	Trajectoire d'équilibre évaluée aux angles $\theta_k, y_*(\theta_k)$ . . . . .	67
6.4	Angles pour le fonctionnement du TCSC . . . . .	68

## LISTE DES FIGURES

1.1	Schéma de la machine synchrone . . . . .	5
2.1	Schéma classique d'une ligne de transport. . . . .	14
2.2	Schéma d'un TCR (Thyristor Controlled Reactor). . . . .	16
2.3	Tension et courant du TCR pour $\alpha = 120$ degrés . . . . .	17
2.4	Tension et courant du TCR pour $\alpha = 160$ degrés . . . . .	17
2.5	Application de Poincaré . . . . .	21
3.1	Système étudié . . . . .	23
3.2	Courant $i_r$ triphasé . . . . .	25
3.3	Tensions et courants du TCSC triphasé en régime permanent. . . . .	26
3.4	Schéma du circuit électrique triphasé . . . . .	28
3.5	Evolution des fonctions $a$ , $b$ et $c$ . . . . .	35
3.6	Angles de commutation . . . . .	36
4.1	Evolution des états pour $\Delta\phi > 0$ . . . . .	47
4.2	Evolution des états pour $\Delta\phi < 0$ . . . . .	48
4.3	Evolution des états pour $\Delta\tau > 0$ . . . . .	51
4.4	Evolution des états pour $\Delta\tau < 0$ . . . . .	52
5.1	Evolution des modes de fonctionnement . . . . .	55
5.2	Domaines d'existence des matrices de transition . . . . .	57
6.1	$i_r$ et $v_r$ en boucle ouverte pour un fonctionnement nominal . . . . .	69
6.2	Courants dans la machine en boucle ouverte pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	71
6.3	Tensions du TCSC en boucle ouverte pour un changement d'angle d'al- lumage de 5 degrés . . . . .	72

6.4	Courants $i_r$ dans les TCSC en boucle ouverte pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	72
6.5	Angle $\delta$ en boucle ouverte pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	73
6.6	Vitesse angulaire $\omega$ en boucle ouverte pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	73
6.7	Lieu des racines . . . . .	75
6.8	Courants dans la machine en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	78
6.9	Tension du TCSC en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	79
6.10	Courant $i_r$ en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	79
6.11	Angle $\delta$ en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	80
6.12	Vitesse angulaire $\omega$ en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	80
6.13	Commande du système pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés . . . . .	81
6.14	Courants dans la machine en boucle ouverte et en boucle fermée pour une perturbation initiale sur $\delta$ . . . . .	82
6.15	Tensions et courant du TCSC en boucle ouverte et en boucle fermée pour une perturbation initiale sur $\delta$ . . . . .	83
6.16	Angle $\delta$ en boucle ouverte et en boucle fermée pour une perturbation initiale sur $\delta$ . . . . .	84
6.17	Vitesse angulaire $\omega$ en boucle ouverte et en boucle fermée pour une perturbation initiale sur $\delta$ . . . . .	84
6.18	Commande du système pour une perturbation initiale sur $\delta$ . . . . .	85

## LISTE DES SIGLES ET DES SYMBOLES

$a$	: paramètre indiquant une conduction sur la phase A
$a_{\infty}$	: phase du bus infini
$A$	: matrice d'état du modèle linéaire discret
$A_e$	: matrice du modèle d'état électrique en mode conduction
$\tilde{A}_e$	: matrice du modèle d'état électrique en mode non conduction
$A_{on}$	: matrice d'état du modèle linéaire en mode conduction
$A_{off}$	: matrice d'état du modèle linéaire en mode non conduction
$b$	: paramètre indiquant une conduction sur la phase B
$B$	: matrice de commande du modèle linéaire discret
$B_e$	: matrice du modèle d'état électrique en mode conduction
$\tilde{B}_e$	: matrice du modèle d'état électrique en mode non conduction
$c$	: paramètre indiquant une conduction sur la phase C
$C_r$	: capacité du TCSC triphasé
$f_{on}$	: modèle d'état en mode conduction
$f_{off}$	: modèle d'état en mode non conduction
$F$	: amortissement constant
FACTS	: Flexible AC Transmission Systems
$G$	: matrice de projection
$H$	: constante d'inertie de la machine en pu
$i_{dq}$	: courants de ligne dans le repère $dq$
$i_{fd}$	: courant d'excitation
$i_{kd}$	: courant dans l'enroulement $kd$
$i_{kq}$	: courant dans l'enroulement $kq$
$i_r$	: courant dans le TCSC triphasé
$I$	: matrice identité
$L$	: matrice d'inductances

$\hat{L}$	: matrice d'inductances
$L_d$	: self-inductance du stator par rapport à l'axe $d$
$L_q$	: self-inductance du stator par rapport à l'axe $q$
$L_{fd}$	: self-inductance de l'enroulement d'excitation
$L_{kd}$	: self-inductance de l'enroulement d'amortissement $kd$
$L_{kq}$	: self-inductance de l'enroulement d'amortissement $kq$
$L_{md}$	: mutuelle inductance sur l'axe $d$
$L_{mq}$	: mutuelle inductance sur l'axe $q$
$L_e$	: inductance de ligne
$L_r$	: inductance du TCSC triphasé
$N$	: matrice d'inductances
$\hat{N}$	: matrice d'inductances
$P$	: matrice de projection
$Q_1$	: matrice de pondération du contrôle optimal
$Q_2$	: matrice de pondération du contrôle optimal
$R$	: matrice de résistances
$\hat{R}$	: matrice de résistances
$R_e$	: résistance de ligne
$R_{fd}$	: résistance de l'enroulement d'excitation
$R_{kd}$	: résistance de l'enroulement d'amortissement $kd$
$R_{kq}$	: résistance de l'enroulement d'amortissement $kq$
$R_s$	: résistance stator
$T$	: matrice de rotation
$T_{dq}$	: matrice de transformation de Park
$T_{dq}^{-1}$	: matrice de transformation de Park
$T_e$	: couple d'origine électrique
$T_m$	: couple d'origine mécanique
TCR	: Thyristor Controlled Reactor

TCSC	: Thyristor Controlled Series Capacitor
$u$	: variable de commande du modèle linéaire discret
$v_{abc}$	: tension aux bornes de la machine synchrone dans le repère $abc$
$v_{dq}$	: tension aux bornes de la machine synchrone dans le repère $dq$
$v_{fd}$	: tension d'excitation
$v_{kd}$	: tension aux bornes de l'enroulement rotor $kd$
$v_{kq}$	: tension aux bornes de l'enroulement rotor $kq$
$v_r$	: tension aux bornes du TCSC triphasé
$V_\infty$	: valeur efficace du bus infini
$x$	: vecteur d'état en mode conduction
$x_e$	: vecteur d'état électrique en mode conduction
$x_m$	: vecteur d'état mécanique
$x_*$	: vecteur d'état de la solution d'équilibre en mode conduction
$y$	: vecteur d'état en mode non conduction
$y_e$	: vecteur d'état électrique en mode non conduction
$y_*$	: vecteur d'état de la solution d'équilibre en mode non conduction
$z$	: vecteur d'état du modèle linéaire discret
$\alpha$	: angle de conduction
$\delta$	: angle de puissance du générateur
$\Delta x$	: variation du vecteur d'état en mode conduction par rapport à $x_*$
$\Delta y$	: variation du vecteur d'état en mode non conduction par rapport à $y_*$
$\Delta \tau$	: variation d'angle de fin de conduction par rapport à $\tau_*$
$\Delta \phi$	: variation d'angle de début de conduction par rapport à $\phi_*$
$\theta$	: angle de rotation synchrone
$(\theta_k)$	: suite des angles auxquels on échantillonne le système
$\sigma$	: angle de conduction
$\tau$	: angle de fin de conduction
$(\tau_k)$	: suite des angles de fin de conduction

- $\tau_*$  : angle de fin de conduction de la solution d'équilibre
- $\tau^+$  : valeur maximale entre  $\tau$  et  $\tau_*$
- $\tau^-$  : valeur minimale entre  $\tau$  et  $\tau_*$
- $\phi$  : angle de début de conduction
- $(\phi_k)$  : suite des angles de début de conduction
- $\phi_*$  : angle de début de conduction de la solution d'équilibre
- $\phi^+$  : valeur maximale entre  $\tau$  et  $\tau_*$
- $\phi^-$  : valeur minimale entre  $\tau$  et  $\tau_*$
- $\omega$  : vitesse angulaire de la machine
- $\omega_s$  : vitesse angulaire synchrone
- $\Phi_A$  : matrices de transition

## INTRODUCTION

L'industrie de l'énergie électrique est de plus en plus confrontée à des problèmes liés à de nouvelles contraintes qui touchent différents aspects de la production, du transport et de la distribution de l'énergie. On peut citer entre autres les restrictions sur la construction de nouvelles lignes de transport et l'optimisation du transit dans les systèmes actuels.

Les éléments FACTS (Flexible AC Transmission Systems) apportent des solutions nouvelles pour faire face à ces contraintes ([Hin93]). Ils permettent un meilleur contrôle et une meilleure gestion de l'écoulement de puissance. Ils ont aussi comme objectif d'augmenter la capacité de transmission de puissance des lignes en s'approchant des limites thermiques de celles-ci. Enfin, ils devraient permettre d'améliorer la stabilité du réseau que ce soit pour des défaillances majeures dans le réseau ou pour éliminer l'effet d'oscillations parasites telles que la résonance sous synchrone.

Les dispositifs FACTS permettent donc un contrôle amélioré des systèmes électriques déjà en place. Ces dispositifs font en général appel à de l'électronique de puissance notamment ceux disposant d'une branche TCR (Thyristor Controlled Reactor) dont le TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) fait partie. Ces éléments agissent en fait comme des impédances dont la valeur change en fonction de l'angle d'allumage des thyristors. Cet angle d'allumage constitue donc une variable de commande du système.

L'objectif de cette thèse est de présenter la modélisation pour la commande d'un système constitué d'une machine synchrone connectée à un bus infini par une ligne compensée par un TCSC. Le système étudié sera triphasé.



La modélisation dynamique d'un circuit comportant une branche TCR alimentée par une tension sinusoïdale parfaite a déjà été traitée dans plusieurs travaux, notamment ceux de [Las], [JLD94] et [HPL97]. Nous retiendrons pour notre étude les techniques mises en place dans [JLD94] et [HT98] pour étudier la stabilité et le contrôle d'un tel circuit à l'aide de l'application de Poincaré car le système est périodique. Ici, comme dans le travail de [RDJ96], la source de tension sinusoïdale idéale est remplacée par le modèle dynamique d'une génératrice synchrone triphasée. Le modèle du système est donc fortement non linéaire, et de plus, les variables d'état continues du système dépendent d'événements discrets que sont les instants de conduction et d'arrêt de conduction. La difficulté réside en plus dans le fait que ces mêmes instants dépendent des variables d'état du modèle lors de la commande du système. La méthode permettant de modéliser ce système à des fins de commande sera décrite dans cette thèse.

Le travail présenté dans ce mémoire reprend donc la modélisation et les outils d'analyse développés dans [RDLS96]. On utilise ici ces techniques pour obtenir un modèle qui sera utilisé à des fins de commande. Il s'agit en même temps d'adapter le travail de modélisation pour le contrôle effectué dans [HT98] à un cas plus général.

Les deux premiers chapitres présentent la modélisation des deux principaux éléments du système, la machine synchrone et le TCSC. Le chapitre 1 décrit en détail le modèle d'état d'une génératrice synchrone où les variables d'état sont les différents courants de la machine. Le circuit magnétique de la machine sera supposé linéaire de sorte à négliger les effets de la saturation, et les équations seront données en pu. Le chapitre 2 décrit les comportements statiques et dynamiques du TCSC, et présente l'outil qui permettra d'étudier un tel système, en l'occurrence l'application de Poincaré.

Le chapitre 3 donne les équations non linéaires du système sous la forme de deux sous systèmes selon que l'on est en mode conduction ou non conduction.

Dans le chapitre 4, on donne les équations du système linéarisé autour d'une solution périodique d'équilibre. A partir du modèle final du chapitre 4, on obtient, en utilisant l'application de Poincaré, un système linéarisé discret qui sera utilisé à des fins d'analyse de stabilité en boucle ouverte et pour la commande.

Le chapitre 5 décrit en détail comment aboutir à un tel modèle.

Enfin, le chapitre 6 donne des résultats de simulation en boucle ouverte et en boucle fermée qui permettent de vérifier la validité des modèles présentés.

## CHAPITRE I

### MACHINE SYNCHRONE

Le premier chapitre de ce mémoire présente la modélisation des machines synchrones d'après ([AF77], [SP98], [Kra86]). On obtient le modèle avec les courants comme variables d'état qui sera utilisé par la suite.

#### 1.1 Hypothèses et notations

Le modèle du générateur considéré ici est basé sur la représentation classique d'une machine synchrone à pôles saillants, équilibrée, triphasée et symétrique. La machine possède trois enroulements au stator ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ), un enroulement d'excitation ( $fd$ ) et un enroulement d'amortissement ( $kd$ ) sur l'axe  $d$  du rotor, et un enroulement amortisseur ( $kq$ ) sur l'axe  $q$  du rotor comme le montre la figure 1.1.

Les lois fondamentales de Kirchhoff, Faraday et Newton nous donnent les équations électriques et mécaniques suivantes (les équations électriques au stator étant données en convention générateur) :

$$v_{abc} = -r_s i_{abc} + \frac{d}{dt} \lambda_{abc} \quad (1.1)$$

où :

$$v_{abc} \triangleq [v_a \ v_b \ v_c]^t; \quad i_{abc} \triangleq [i_a \ i_b \ i_c]^t; \quad \lambda_{abc} \triangleq [\lambda_a \ \lambda_b \ \lambda_c]^t \quad (1.2)$$

$$v_{fd} = r_{fd} i_{fd} + \frac{d}{dt} \lambda_{fd} \quad (1.3)$$

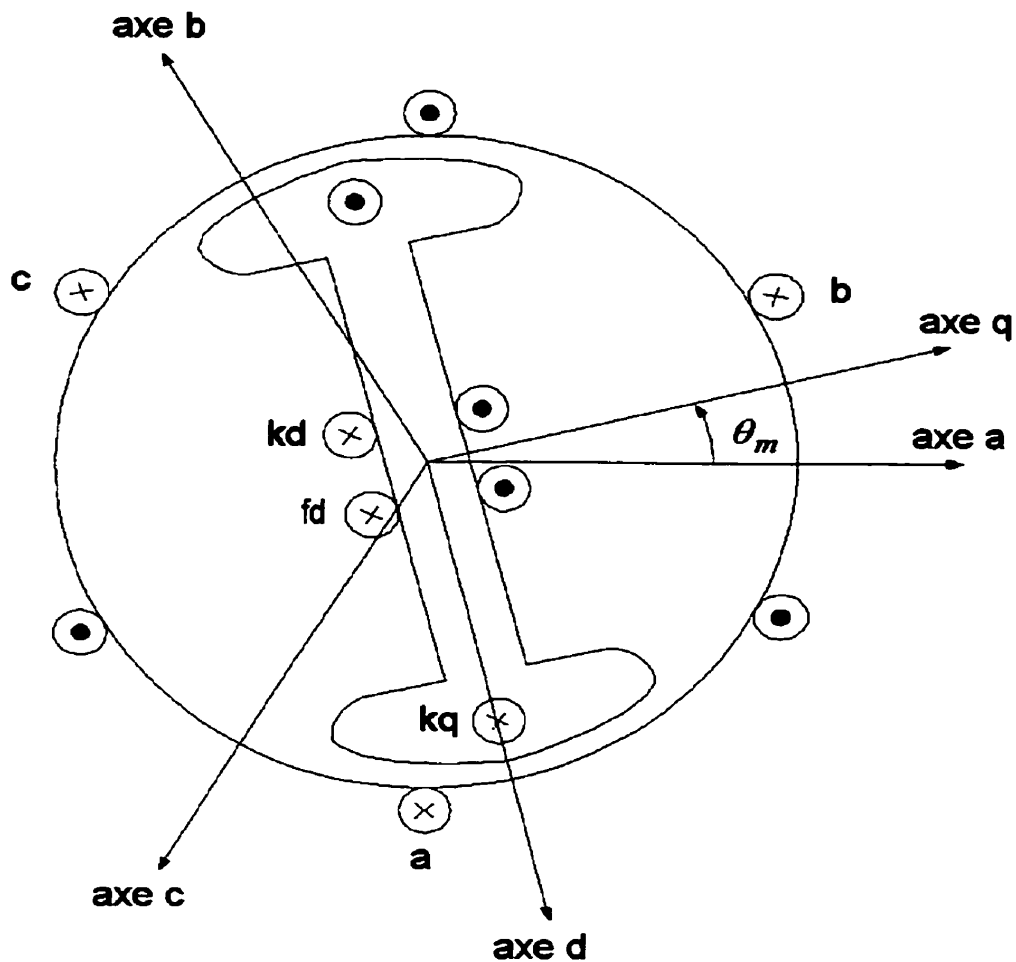


FIG. 1.1 – Schéma de la machine synchrone

$$v_{kd} = r_{kd}i_{kd} + \frac{d}{dt}\lambda_{kd} \quad (1.4)$$

$$v_{kq} = r_{kq}i_{kq} + \frac{d}{dt}\lambda_{kq} \quad (1.5)$$

$$\frac{d}{dt}\theta_m = \frac{2}{P}\omega \quad (1.6)$$

$$J \frac{2}{P} \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e - T_{fw} \quad (1.7)$$

avec

$v$  : tensions aux bornes des enroulements.

$\lambda$  : flux traversant les enroulements.

$r$  : résistances de bobinage.

$\theta_m$  : angle de rotation mécanique.

$\omega$  : vitesse angulaire électrique.

$P$  : nombre de pôles magnétiques par phase.

$T_m$  : couple mécanique.

$T_e$  : couple d'origine électrique.

$T_{fw}$  : couple d'amortissement.

$J$  : constante d'inertie de la machine.

De plus, on définit un angle  $\delta$  qui sera constant si la machine tourne à la vitesse angulaire nominale constante du réseau  $\omega_s$  :

$$\delta = \frac{P}{2} \theta_m - \omega_s t \quad (1.8)$$

Ce qui nous donne :

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (1.9)$$

Afin d'obtenir le modèle que l'on retiendra pour notre étude, il est nécessaire de transformer les équations (1.1) à (1.9) par des changements de repère et d'échelle. Les deux sections suivantes décrivent ces transformations.

## 1.2 Transformation de Park

Le changement de variable de Park permet de voir les variables du stator dans un référentiel lié au rotor. Ceci a pour but d'obtenir des états constants en régime permanent et d'éliminer dans les équations, les inductances qui sont variantes dans le temps. La génératrice considérée ici est une machine à trois fils connectée en étoile comme celle modélisée dans [Mat98], de sorte que la composante  $o$  du référentiel de Park n'existe pas et les matrices de transformation de Park ne sont pas de dimension  $3 \times 3$ .

Les matrices de Park utilisées lors de la modélisation sont issues de celles utilisées dans [SP98] et [Kra86] :

$$T_{dq} \triangleq \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \sin(\omega_{st} + \delta) & \sin\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos(\omega_{st} + \delta) & \cos\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

et, en abusant de la notation,

$$T_{dq}^{-1} \triangleq \begin{bmatrix} \sin(\omega_{st} + \delta) & \cos(\omega_{st} + \delta) \\ \sin\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Le changement de variable est alors donné par :

$$v_{dq} \triangleq T_{dq} v_{abc}; \quad i_{dq} \triangleq T_{dq} i_{abc}; \quad \lambda_{dq} \triangleq T_{dq} \lambda_{abc} \quad (1.12)$$

$$v_{abc} \triangleq T_{dq}^{-1} v_{dq}; \quad i_{abc} \triangleq T_{dq}^{-1} i_{dq}; \quad \lambda_{abc} \triangleq T_{dq}^{-1} \lambda_{dq} \quad (1.13)$$

avec

$$v_{dq} \triangleq [v_d \ v_q]^t; \quad i_{dq} \triangleq [i_d \ i_q]^t; \quad \lambda_{dq} \triangleq [\lambda_d \ \lambda_q]^t \quad (1.14)$$

Pour la suite, il est nécessaire d'avoir accès aux différentes dérivées des matrices de Park. Elles sont calculées ci-dessous :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{dq}}{\partial \delta} &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_{st} + \delta) & \cos\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\omega_{st} + \delta) & -\sin\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \\ &= TT_{dq} \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial T_{dq}^{-1}}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_{st} + \delta) & -\sin(\omega_{st} + \delta) \\ \cos\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} = -T_{dq}^{-1}T \quad (1.16)$$

où l'on définit la matrice  $T$  comme suit :

$$T \triangleq \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

Similairement, on a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{dq}}{\partial t} &= \frac{2}{3}\omega \begin{bmatrix} \cos(\omega_{st} + \delta) & \cos\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\omega_{st} + \delta) & -\sin\left(\omega_{st} + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_{st} + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \\ &= \omega TT_{dq} \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial T_{dq}^{-1}}{\partial t} = \omega \begin{bmatrix} \cos(\omega_s t + \delta) & -\sin(\omega_s t + \delta) \\ \cos\left(\omega_s t + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_s t + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\omega_s t + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\omega_s t + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} = -\omega T_{dq}^{-1} T \quad (1.19)$$

En utilisant (1.1) et (1.18), le système électrique au stator devient :

$$v_{dq} = -r_s i_{dq} + \omega T \lambda_{dq} + \frac{d}{dt} \lambda_{dq} \quad (1.20)$$

### 1.3 Changement d'unités (système "per unit")

Il est usuel de travailler avec le concept de système "per-unit (pu)". La procédure pour passer à un système en pu est détaillée dans [AF77] et [SP98]. De plus chaque paramètre et variable du rotor est mis à l'échelle du stator grâce à un facteur qui correspond au rapport entre le nombre d'enroulements d'un circuit rotor et le nombre d'enroulements au stator. Les détails de cette transformation sont donnés dans [Kra86]. Le temps subit lui aussi un changement d'échelle en radians, on pose :

$$\theta = \omega_s t \quad (1.21)$$

où  $\theta$  représente un angle de rotation électrique synchrone.

A partir de ces considérations les équations du système deviennent en pu :

$$\frac{d}{d\theta} \lambda_{dq} = v_{dq} + R_s i_{dq} - \omega T \lambda_{dq} \quad (1.22)$$

$$\frac{d}{d\theta} \lambda_{fd} = v_{fd} - R_{fd} i_{fd} \quad (1.23)$$



$$\frac{d}{d\theta}\lambda_{kd} = v_{kd} - R_{kd}i_{kd} \quad (1.24)$$

$$\frac{d}{d\theta}\lambda_{kq} = v_{kq} - R_{kq}i_{kq} \quad (1.25)$$

$$\frac{d\delta}{d\theta} = \omega - 1 \quad (1.26)$$

$$\frac{d\omega}{d\theta} = \frac{1}{2H\omega_s}(T_m - T_e - T_{fw}) \quad (1.27)$$

avec :

$R$  : résistances de bobinage en pu et à l'échelle du stator.

$H$  : constante d'inertie de la machine en pu.

De plus, le couple d'origine électrique s'exprime en fonction des flux et des courants par (voir [SP98]) :

$$T_e = \lambda_d i_q - \lambda_q i_d \quad (1.28)$$

Dans toute la suite, les variables et les paramètres seront donnés en pu sauf  $\delta$  et  $\theta$  qui seront donnés en radians. L'opérateur dérivé "  $\cdot$  " sera équivalent à  $\frac{d}{d\theta}$ .

Pour compléter le modèle (1.22)-(1.27) et obtenir les courants comme variables d'état, il faut maintenant trouver les équations reliant les flux aux courants. Elles sont données dans la section suivante.

#### 1.4 Expression des flux - Circuit magnétique linéaire

Dans ce qui suit, on considère le cas où les flux sont des fonctions linéaires des courants. Les inductances d'une machine sont des fonctions qui varient de façon sinusoïdale avec l'angle de rotation électrique  $\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m$  (voir [SP98]). Dans le référentiel de Park, les inductances deviennent cependant constantes et on a (en pu) :

$$\lambda_d = -L_d i_d + L_{md} i_{fd} + L_{md} i_{kd} \quad (1.29)$$

$$\lambda_{fd} = -L_{md} i_d + L_{fd} i_{fd} + L_{md} i_{kd} \quad (1.30)$$

$$\lambda_{kd} = -L_{md} i_d + L_{md} i_{fd} + L_{kd} i_{kd} \quad (1.31)$$

$$\lambda_q = -L_q i_q + L_{mq} i_{kq} \quad (1.32)$$

$$\lambda_{kq} = -L_{mq} i_d + L_{kq} i_{kq} \quad (1.33)$$

avec :

$L_d, L_q$  : self-inductances des enroulements stator par rapport aux axes  $d$  et  $q$ .

$L_{fd}$  : self-inductance de l'enroulement d'excitation.

$L_{kd}, L_{kq}$  : self-inductances des enroulements d'amortissement par rapport aux axes  $d$  et  $q$ .

$L_{md}, L_{mq}$  : inductances magnétisantes par rapport aux axes  $d$  et  $q$ .

### 1.5 Modèle

Le modèle obtenu utilise les courants comme variables d'état dans le référentiel de Park. Tous les paramètres et les variables du système ainsi que le temps sont en pu. De plus les paramètres et les variables du rotor sont à l'échelle du stator.

Le modèle est le suivant :

-Équations électriques :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\begin{pmatrix} L_d & 0 & -L_{md} & -L_{md} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & -L_{mq} \\ L_{md} & 0 & -L_{fd} & -L_{md} & 0 \\ L_{md} & 0 & -L_{md} & -L_{kd} & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & 0 & -L_{kq} \end{pmatrix}}_{\mathbf{L}} \begin{pmatrix} \frac{d}{d\theta} i_d \\ \frac{d}{d\theta} i_q \\ \frac{d}{d\theta} i_{fd} \\ \frac{d}{d\theta} i_{kd} \\ \frac{d}{d\theta} i_{kq} \end{pmatrix} \\
 &= \underbrace{\begin{pmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{fd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{kq} \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{pmatrix} \\
 &+ \omega \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & L_q & 0 & 0 & -L_{mq} \\ -L_d & 0 & L_{md} & L_{md} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{N}} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \\ v_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.34}$$

-Équations mécaniques :

$$\dot{\delta} = \omega - 1 \quad (1.35)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H\omega_s}(T_m - T_e - F\omega) \quad (1.36)$$

où  $F$  représente le coefficient d'amortissement.

Le couple  $T_e$  peut s'exprimer en fonction des différents courants de la machine comme suit :

$$T_e = (-L_d i_d + L_{md} i_{fd} + L_{md} i_{kd}) i_q + (L_q i_q - L_{mq} i_{kq}) i_d \quad (1.37)$$

Les équations (1.34)-(1.37) forment le modèle de la machine synchrone qui sera utilisé dans les chapitres suivants.

## CHAPITRE II

### FACTS

Ce chapitre a pour but de présenter les FACTS, notamment les dispositifs disposant d'une branche TCR dont le TCSC. De plus, les comportements statique et dynamique d'un tel dispositif seront décrits ainsi que les outils pour les étudier.

#### 2.1 Utilisation des FACTS

L'utilisation des dispositifs FACTS vise entre autres l'augmentation des limites de transit de puissance et l'amélioration du contrôle de l'écoulement de puissance surtout lorsqu'il y a de multiples lignes reliant la génération et la charge.

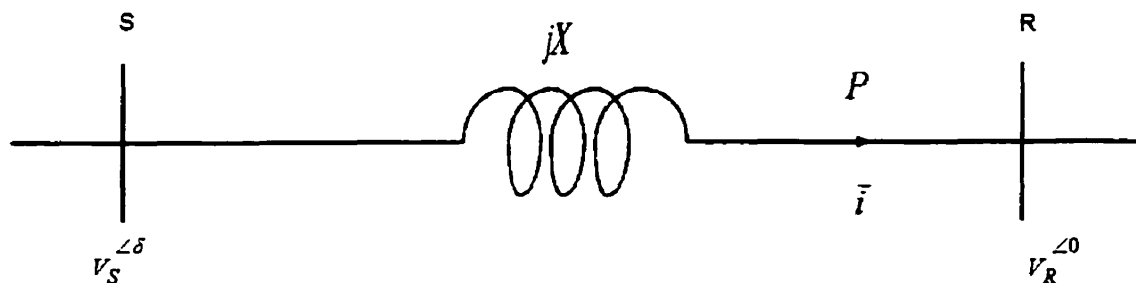


FIG. 2.1 – Schéma classique d'une ligne de transport.

Il existe plusieurs sortes de dispositifs permettant cela. Le TCSC, constitué d'une branche TCR en parallèle avec un condensateur, en est un et il sera plus particulièrement étudié dans cette thèse. Il est placé en série sur une ligne et permet de compenser celle-ci de façon dynamique. En effet, on sait que l'expression de la puissance transmise à travers une ligne de transport représentée par la figure 2.1 est donnée en régime

permanent par :

$$P = \frac{V_S V_R}{X} \sin \delta \quad (2.1)$$

Ainsi, la puissance transitée est inversement proportionnelle à l'inductance de ligne  $X$ . Le TCSC qui compense cette inductance permet donc de faire transiter plus ou moins de puissance.

Les éléments FACTS comprenant un circuit TCR font appel à de l'électronique de puissance par le biais des thyristors. Les thyristors sont les éléments qui vont permettre de contrôler ces dispositifs grâce à l'angle d'allumage de ceux-ci.

Le fonctionnement des thyristors entraîne un comportement dynamique assez particulier. En effet, suivant l'état de conduction de celui-ci (passant ou bloqué), on a un système dynamique différent. Si un thyristor est passant, on a une variable d'état supplémentaire, le courant  $i_r$  circulant dans celui-ci. Une façon d'étudier une telle dynamique sera décrite plus loin dans ce chapitre.

## 2.2 Etude du fonctionnement du circuit TCR en régime permanent

Un circuit TCR est composé d'une inductance placée en série avec deux thyristors montés en antiparallèle comme le montre la figure 2.2. On va supposer dans toute cette section que la tension  $v_r$  aux bornes du TCR est sinusoïdale.

On définit l'angle d'allumage  $\alpha$  à partir du passage par zéro dans le sens positif de la tension aux bornes du thyristor à allumer. L'angle de conduction  $\sigma$  est l'angle pendant lequel les thyristors conduisent. Un thyristor se met à conduire quand un signal de gâchette lui est envoyé et la tension à ses bornes est positive. Il s'arrête de conduire lorsque le courant qui le traverse s'annule. Les thyristors sont allumés de

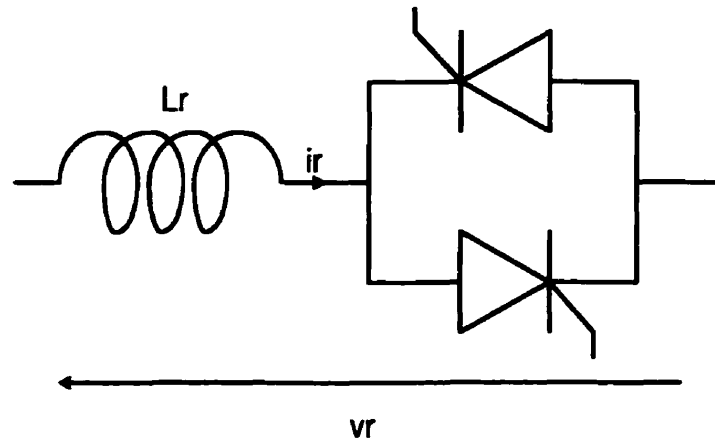


FIG. 2.2 – Schéma d'un TCR (Thyristor Controlled Reactor).

façon symétrique toutes les demi périodes. L'angle d'allumage est compris entre  $90^\circ$  et  $180^\circ$ . Pour  $\alpha > 180^\circ$ , la tension aux bornes du thyristor que l'on veut allumer est négative. Pour  $\alpha < 90^\circ$ , on perd le comportement symétrique du système. Lorsque  $\alpha = 90^\circ$ , on est en pleine conduction et lorsque  $\alpha = 180^\circ$ , on est en conduction nulle. La relation qui lie angle d'allumage et angle de conduction en régime permanent est :

$$\sigma = 2(\pi - \alpha) \quad (2.2)$$

Le but d'un tel dispositif est d'obtenir une impédance que l'on peut faire varier en modifiant l'angle d'allumage. On obtient les formes d'onde aux figures 2.3 et 2.4, lorsque la tension  $v_r$  aux bornes du TCR est sinusoïdale, pour  $\alpha = 120^\circ$  et  $\alpha = 160^\circ$ .

Soit  $\phi$  un angle pour lequel un thyristor se met à conduire. L'équation dynamique qui régit le mode conduction dans les intervalles  $[\phi, \phi + \sigma]$  et  $[\phi + \pi, \phi + \pi + \sigma]$  est la suivante :

$$L_r \frac{di_r(t)}{dt} = v_r(t) \quad (2.3)$$

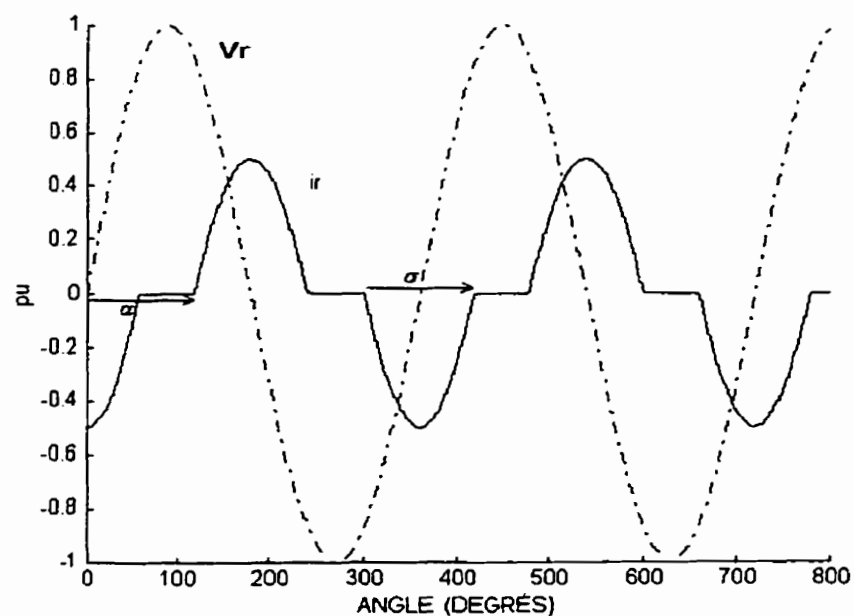


FIG. 2.3 – Tension et courant du TCR pour  $\alpha = 120$  degrés

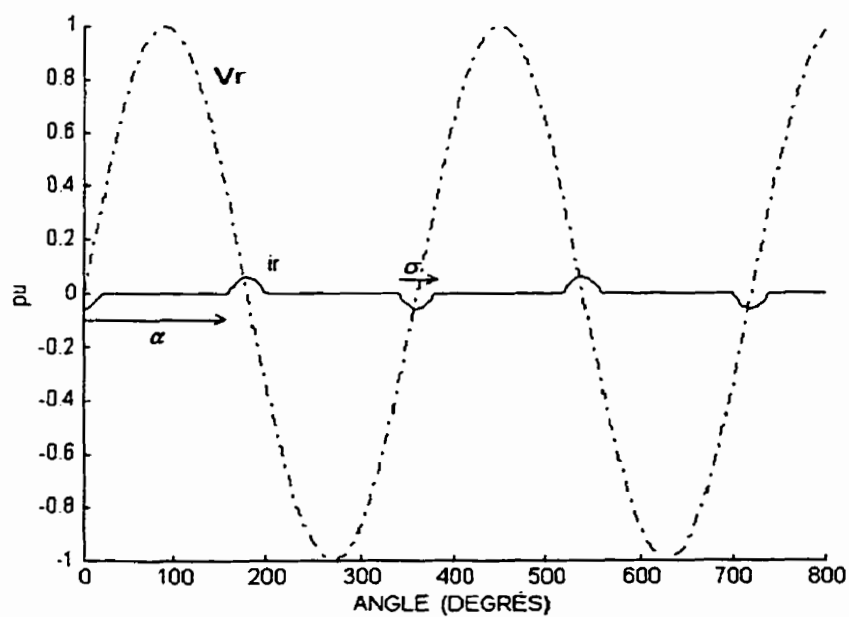


FIG. 2.4 – Tension et courant du TCR pour  $\alpha = 160$  degrés



avec  $i_r(\phi) = 0$  et  $i_r(\phi + \pi) = 0$ .

Pour le mode non conduction, on aura :  $i_r(t) = 0$ .

Le tableau 2.1 donne la forme analytique de  $i_r$ , qui correspond à l'intégration de l'équation (2.3) sur un intervalle  $[\phi, \phi + 2\pi]$  d'une période, pour une tension  $v_r$  de la forme :  $v_r(t) = V_r \cos(\omega_s t + \psi)$ .

$\omega_s t \in$	$i_r$
$[\phi, \phi + \sigma]$	$\frac{V_r}{L_r} (\sin(\omega t + \psi) - \sin(\phi + \psi))$
$[\phi + \sigma, \phi + \pi]$	0
$[\phi + \pi, \phi + \pi + \sigma]$	$\frac{V_r}{L_r} (\sin(\omega t + \psi) - \sin(\phi + \pi + \psi))$
$[\phi + \pi + \sigma, \phi + 2\pi]$	0

TAB. 2.1 – Courant  $i_r$

Si l'on décompose en série de Fourier le signal  $i_r$ , on peut trouver une valeur équivalente de l'impédance du TCR en gardant la valeur du coefficient du terme fondamental de cette décomposition ([Fau96]).

Toute fonction périodique peut se décomposer en série de Fourier, on a donc :

$$i_r(\theta) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\theta) + B_n \sin(n\theta)) \quad (2.4)$$

où :

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \int_{\phi}^{\phi+2\pi} i_r(\theta) d\theta \quad (2.5)$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{\phi}^{\phi+2\pi} i_r(\theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (2.6)$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_{\phi}^{\phi+2\pi} i_r(\theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (2.7)$$

En calculant les termes  $A_1$  et  $B_1$  de la transformée à l'aide du tableau 2.1, on trouve :

$$A_1 = \frac{V_r}{L_r \pi} [\sigma - \sin(\sigma)] \sin \psi \quad (2.8)$$

$$B_1 = -\frac{V_r}{L_r \pi} [\sigma - \sin(\sigma)] \cos \psi \quad (2.9)$$

et la valeur de l'impédance équivalente du TCR est donc :

$$\begin{aligned} L_{TCR} &= \frac{V_r}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \\ &= \frac{L_r \pi}{(\sigma - \sin(\sigma))} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Cette formule donnant l'impédance équivalente du TCR variant en fonction de l'angle de conduction ne peut être utilisée pour décrire de façon satisfaisante la dynamique du système. Néanmoins la relation (2.10) donne un ordre d'idée pour des calculs en régime permanent.

Il est nécessaire d'avoir recours à d'autres outils. Celui qui nous permettra d'étudier correctement cette dynamique est l'application de Poincaré pour les systèmes périodiques. La description de cette application ainsi que son utilisation dans ce travail seront présentés dans la section qui suit.

### 2.3 Application de Poincaré

L'étude de la stabilité de systèmes périodiques non linéaires s'avère être très difficile, surtout lorsque la forme analytique des solutions n'est pas disponible comme c'est très souvent le cas pour les systèmes non linéaires. Cette section passe en revue d'une manière générale la méthode utilisée pour étudier la dynamique de notre dispositif électrique.

La difficulté pour l'étude d'un tel système est que l'on commute de façon péri-

dique entre deux systèmes dynamiques différents selon l'état des thyristors : un système dynamique en mode conduction avec  $n$  variables d'état (comprenant les variables d'état de la machine synchrone et du TCSC), et un autre en mode non conduction avec  $n - 1$  variables d'état.

L'angle  $\phi$  de début de conduction constitue la variable de commande du système et l'angle  $\tau$  d'arrêt de conduction est quant à lui déterminé lorsque le courant circulant dans un thyristor s'annule. Ces angles dépendent donc de l'état du système, ce qui augmente le comportement non linéaire du système.

La méthode de Poincaré permet essentiellement de ramener l'étude d'une trajectoire périodique d'un système dynamique continu, en général non linéaire, à l'étude d'un système discret autour d'une position d'équilibre.

Soit  $\Gamma$  une orbite périodique d'intérêt d'un système dynamique d'ordre  $n$  et  $p$  le point d'intersection de celle-ci avec un hyperplan  $S$  (de dimension  $n - 1$ ) qui lui est transversal (figure 2.5). Une trajectoire  $\phi(t, x)$  qui commence à l'instant initial en  $p$  retourne à celui-ci  $T$  secondes plus tard ( $T$  étant la période). Si maintenant on considère un point  $x$  de l'hyperplan  $S$  voisin de  $p$ , alors la trajectoire qui commence en  $x$  retournera, en vertu de la continuité des trajectoires par rapport aux conditions initiales, à un point de  $S$ , noté  $g(x)$ , au bout de  $\tau$  secondes. L'application de Poincaré est précisément celle qui associe à tout point  $x \in S$  suffisamment proche de  $p$  le point  $\phi(\tau, x)$ . Ici,  $\phi(\tau, x)$  est la trajectoire du système émanant de  $x$ , et  $\tau = \tau(x)$ , le temps que cela prend à celle-ci pour retourner à  $S$ .

Ainsi une telle trajectoire définit une succession de points  $x_k$  reliés par la relation :

$$x_k = g(x_{k-1}).$$

On peut lier la stabilité de l'orbite périodique (c'est-à-dire l'habilité des trajectoires à retourner plus tard à celle-ci suite à de faibles perturbations) à l'analyse de

la stabilité du système discret ci-dessus autour de sa position d'équilibre  $p$  (puisque  $g(p) = p$ ). Le fait que la suite des points générés tende vers  $p$  serait en effet une indication que les trajectoires perturbées tendent vers l'orbite d'intérêt.

Plus formellement, on peut montrer que si la position d'équilibre  $p$  de la version réduite d'ordre  $n - 1$  du système discret ci-dessus (rappelons que celui-ci est d'ordre  $n$  alors qu'il évolue dans un hyperplan de dimension  $n - 1$ ) est asymptotiquement stable, alors il en est de même pour l'orbite périodique d'intérêt (pour plus de détails se référer à [GH86] et [Kha96]). Cette question peut par conséquent être investiguée en considérant le module des valeurs propres de la matrice Jacobienne en  $p$  associée au système discret.

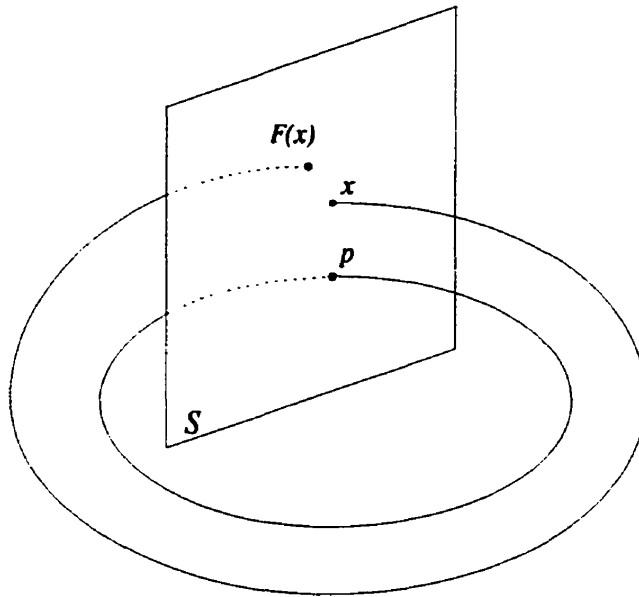


FIG. 2.5 – Application de Poincaré

Dans le cas du système étudié ici, il ne sera pas nécessaire de calculer l'application de Poincaré sur toute une période  $T = 2\pi$  mais plutôt sur une fraction de celle-ci ( $\pi/3$ ) en raison de certaines symétries. La justification de ceci sera présentée au chapitre 5.

La stratégie pour étudier la stabilité et trouver le modèle de contrôle est décrite dans [Raj96] et s'appuie sur [GH86]. Il s'agit tout d'abord de linéariser le système autour d'une solution périodique nominale connue et ensuite d'utiliser la notion d'application de Poincaré, décrite plus haut, sur le modèle linéarisé. On obtiendra un système linéaire discret pour le contrôle où la variable de commande est l'angle d'allumage des thyristors.

L'application de Poincaré était déjà utilisée pour le système plus simple décrit dans les travaux de [FT98] et [JLD94] où la machine synchrone était remplacée par une source de tension sinusoïdale idéale. On s'aperçoit ici que le système est d'abord linéarisé avant d'utiliser l'application de Poincaré parce que les équations sont fortement non linéaires dans notre cas et que nous n'avons pas accès à la solution des équations différentielles.

Nous verrons plus précisément dans les chapitres suivants les détails permettant d'aboutir au modèle pour la commande grâce à cette application de Poincaré.

## CHAPITRE III

### MODÉLISATION

Il s'agit ici de décrire la modélisation dynamique du système complet constitué d'une génératrice synchrone et d'un TCSC. Le système sera décrit à l'aide d'équations variantes dans le temps et périodiques.

Ce chapitre s'agence comme suit : les deux premières sections de ce chapitre présentent le système et donnent les hypothèses de fonctionnement. Les sections 3 et 4 posent les équations électriques reliant les variables du TCSC à celles de la machine synchrone. Enfin dans la dernière section, le modèle d'état non linéaire du système est obtenu.

#### 3.1 Description du système en étude

Le système électrique considéré est celui montré à la figure 3.1, il est constitué d'un générateur synchrone connecté à un bus infini via une ligne compensée par un TCSC.

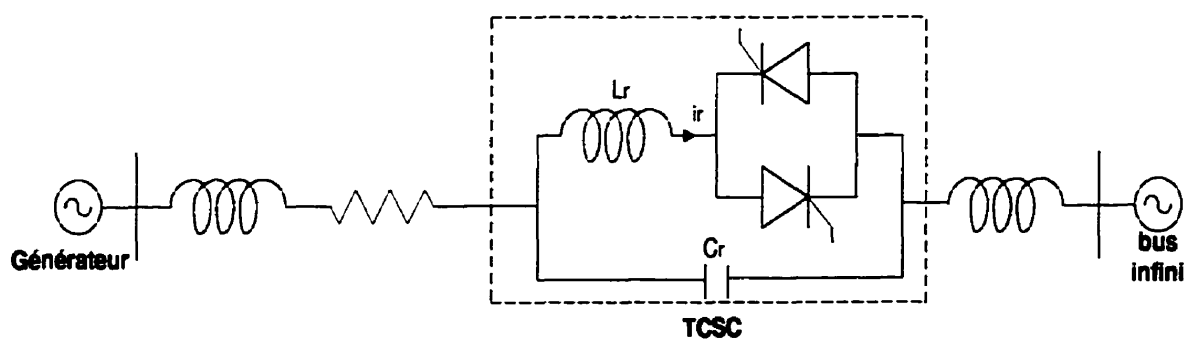


FIG. 3.1 – Système étudié

Le générateur et le TCSC sont des éléments qui sont tous deux non linéaires et variants dans le temps ; quand ils sont connectés ensemble dans un système, ils rendent

l'analyse de celui-ci complexe. Par exemple, si la charge du générateur est équilibrée, les équations du générateur se simplifient grandement grâce à la transformation de Park avec laquelle on obtient un système invariant dans le temps où les variables sont toutes vues par rapport à un référentiel fixé au rotor. Cependant si on rajoute un TCSC, le système est alors déséquilibré à cause de l'alternance entre les conductions ou non conductions des thyristors au niveau de chaque phase.

Les équations du modèle seront obtenues en combinant les techniques classiques ([AF77], [SP98]) pour décrire les dynamiques du générateur dans le référentiel  $dq$  et les techniques d'analyse développées, entre autres, dans les travaux de Jalali ([JLD94]) et Rajaraman ([Raj96]) pour décrire le comportement non linéaire du TCSC.

### 3.2 Mode de fonctionnement

Les thyristors sont modélisés comme des diodes idéales avec un signal de gâchette. Il y a plusieurs modes d'opération possibles pour le fonctionnement du TCSC triphasé. Le mode d'opération choisi pour l'étude du système est celui où un seul thyristor conduit à la fois, ceci est réalisé lorsque l'angle de conduction  $\sigma$  est inférieur à  $60^\circ$ . Les autres modes d'opération surviennent lorsque  $\sigma > 60^\circ$ . Quand  $60^\circ < \sigma < 120^\circ$  une période où un seul thyristor conduit alterne avec une période où deux thyristors conduisent. Pour  $120^\circ < \sigma < 180^\circ$  une période où deux thyristors conduisent alterne avec une période où trois thyristors conduisent. Des équations similaires à celles de notre étude pourraient être développées pour ces autres modes de fonctionnement.

En fait ce choix de fonctionnement nous permet de prendre une seule variable notée  $i_r$  pour décrire les trois courants dans les TCR des trois phases. L'ordre du système est alors diminué et, de plus, on travaille ainsi avec des angles de conduction plutôt faibles, ce qui limite l'apport d'harmoniques indésirables pour la modélisation (voir [Raj96] et [RDJ96]).





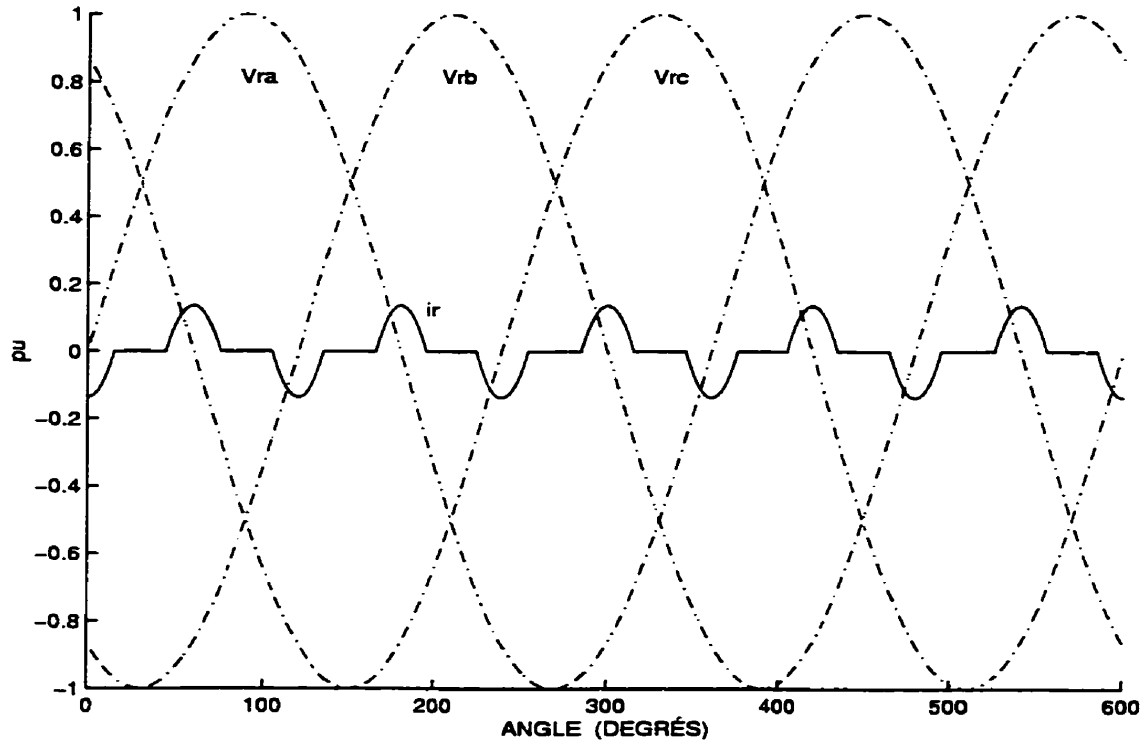


FIG. 3.3 – Tensions et courants du TCSC triphasé en régime permanent.

### 3.3 Tension au bus infini

On considère que la machine est connectée à un bus infini, ce qui signifie qu'elle est connectée à une source de tension idéale d'amplitude, de fréquence et de phase constantes. Dans le repère  $abc$ , la tension au bus infini est donc donnée par les équations triphasées, équilibrées et symétriques suivantes en pu :

$$v_{a\infty} = \sqrt{2}V_{\infty} \cos(\omega_s t + a_{\infty}) \quad (3.1)$$

$$v_{b\infty} = \sqrt{2}V_{\infty} \cos(\omega_s t + a_{\infty} - \frac{2\pi}{3}) \quad (3.2)$$

$$v_{c\infty} = \sqrt{2}V_{\infty} \cos(\omega_s t + a_{\infty} + \frac{2\pi}{3}) \quad (3.3)$$

où  $V_{\infty}$  est la valeur efficace et  $a_{\infty}$  la phase de la tension au bus infini.

La tension au bus infini est donnée en coordonnée  $dq$  par :

$$v_{\infty dq} = V_{\infty} \begin{pmatrix} \sin(\delta - a_{\infty}) \\ \cos(\delta - a_{\infty}) \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

### 3.4 Equations électriques

Le circuit électrique étudié (figure 3.4) est un système triphasé. On suppose que la ligne possède une résistance  $R_e$  et une inductance globale  $L_e$ . Le TCSC a comme inductance  $L_r$  et comme capacité  $C_r$ . Les variables  $v_{rd}$  et  $v_{rq}$  représentent les tensions aux bornes des condensateurs  $C_r$  dans le repère  $dq$  de Park.

D'après l'hypothèse de fonctionnement décrite à la section 2 de ce chapitre, les relations entre  $i_r$  et les courants  $i_{ra}$ ,  $i_{rb}$  et  $i_{rc}$  des TCR de chaque phase sont :

$$i_r = \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} i_r \quad (3.5)$$

avec

$$\begin{cases} a = 1 & \text{si un thyristor conduit sur la ligne A, sinon } a = 0 \\ b = 1 & \text{si un thyristor conduit sur la ligne B, sinon } b = 0 \\ c = 1 & \text{si un thyristor conduit sur la ligne C, sinon } c = 0 \end{cases}$$

D'après la figure 3.4, les équations reliant les variables électriques, en pu, sont :

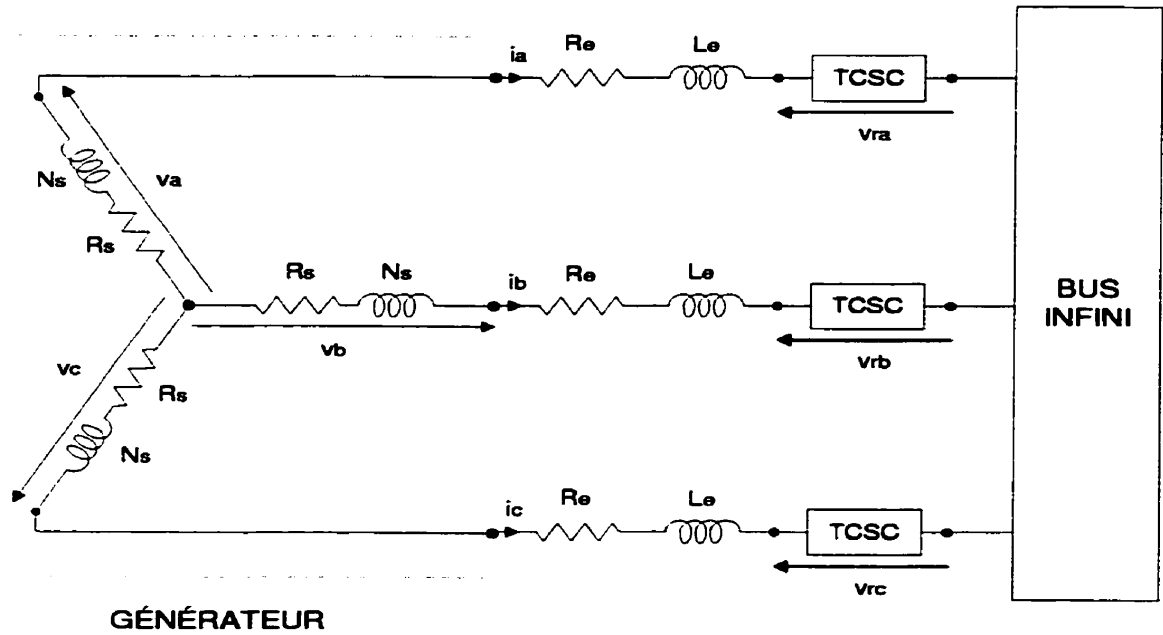


FIG. 3.4 – Schéma du circuit électrique triphasé

- dans le repère  $abc$  :

$$\begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} = R_e \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + L_e \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{a\infty} \\ v_{b\infty} \\ v_{c\infty} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

$$C_r \begin{pmatrix} \dot{v}_{ra} \\ \dot{v}_{rb} \\ \dot{v}_{rc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

- dans le repère  $dq$  :

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} = (R_e I_2 - \omega L_e T) \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + L_e \frac{d}{d\theta} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{pmatrix} + V_\infty \begin{pmatrix} \sin(\delta - a_\infty) \\ \cos(\delta - a_\infty) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} C_r \begin{pmatrix} \dot{v}_{rd} \\ \dot{v}_{rq} \end{pmatrix} &= \omega C_r T \begin{pmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} - T_{dq} \begin{pmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{pmatrix} \\ &= \omega C_r T \begin{pmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} - T_{dq} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} i_r \end{aligned} \quad (3.9)$$

Et lorsqu'un thyristor conduit :

$$L_r \begin{pmatrix} \frac{di_{ra}}{d\theta} \\ \frac{di_{rb}}{d\theta} \\ \frac{di_{rc}}{d\theta} \end{pmatrix} = T_{dq}^{-1} \begin{pmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{pmatrix}$$

soit

$$L_r \frac{di_r}{d\theta} = \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} T_{dq}^{-1} \begin{pmatrix} v_{rd} \\ v_{rq} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Les trois équations ci-dessus (3.8), (3.9) et (3.10) mettent en relation les variables d'état du TCSC ( $v_{rd}$ ,  $v_{rq}$  et  $i_r$ ) avec les variables de la machine synchrone.

### 3.5 Modèle d'état non linéaire

Le modèle commute entre deux systèmes d'équations différentielles non linéaires et variantes dans le temps selon qu' un thyristor conduit ou non.

Les modèles d'état sont obtenus en combinant les équations (1.34), (1.35) et (1.36) de la machine synchrone et les équations électriques (3.8), (3.9) et (3.10).

#### 3.5.1 Mode conduction

Quand un thyristor conduit, le vecteur d'état électrique du système est :

$$x_e = \begin{pmatrix} i_d & i_q & i_{fd} & i_{kd} & i_{kq} & v_{rd} & v_{rq} & i_r \end{pmatrix}^t$$

Le modèle d'état électrique est alors décrit par l'équation :

$$\begin{aligned} \dot{x}_e(\theta) &= A_e(\theta, \delta, \omega)x_e(\theta) + B_e(\delta) \\ \theta &= \omega_s t \end{aligned} \quad (3.11)$$

avec :

$$A_e = \begin{bmatrix} \hat{L}^{-1}(\hat{R} + \omega \hat{N}) & -\hat{L}^{-1} \begin{pmatrix} I_2 \\ 0_{3 \times 2} \end{pmatrix} & 0_{5 \times 1} \\ \frac{1}{C_r} \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 3} \end{pmatrix} & \omega T & -\frac{1}{C_r} T_{dq} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \\ 0_{1 \times 5} & \frac{1}{L_r} \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} T_{dq}^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

et

$$B_e = \begin{bmatrix} -\hat{L}^{-1} \begin{pmatrix} V_\infty \sin(\delta - a_\infty) \\ V_\infty \cos(\delta - a_\infty) \\ v_{fd} \\ 0_{2 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Les termes  $\hat{L}$ ,  $\hat{R}$  et  $\hat{N}$  sont définis ci-après :

$$\hat{L} = L + \begin{pmatrix} L_e I_2 & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

$$\hat{R} = R + \begin{pmatrix} -R_e I_2 & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

$$\hat{N} = N + \begin{pmatrix} L_e T & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

En mode conduction, on a donc trois systèmes dynamiques différents pour chaque phase décalés de  $2\pi/3$ .

### 3.5.2 Mode non conduction

Quand aucun thyristor ne conduit, on a  $i_r = 0$ , la dimension du vecteur d'état électrique diminue d'une unité et il devient :

$$y_e = \begin{pmatrix} i_d & i_q & i_{fd} & i_{kd} & i_{kq} & v_{rd} & v_{rq} \end{pmatrix}^t$$

et le modèle d'état électrique devient :

$$\begin{aligned}\dot{y}_e(\theta) &= PA_e(\theta, \delta, \omega)P^t y_e(\theta) + PB_e(\delta) \\ &= \tilde{A}_e(\omega)y_e(\theta) + \tilde{B}_e(\delta)\end{aligned}\quad (3.17)$$

où  $P$  est la matrice de projection telle que :

$$P \triangleq \begin{pmatrix} I_7 & 0_{7 \times 1} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Les matrices  $\tilde{A}_e$  et  $\tilde{B}_e$  du modèle en mode non conduction sont directement obtenues à partir de celles du mode conduction et de la matrice de projection  $P$ . Elles sont égales à :

$$\tilde{A}_e = PA_eP^t = \begin{bmatrix} \hat{L}^{-1}(\hat{R} + \omega\hat{N}) & -\hat{L}^{-1} \begin{pmatrix} I_2 \\ 0_{3 \times 2} \end{pmatrix} \\ \frac{1}{C_r} \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 3} \end{pmatrix} & \omega T \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

et

$$\tilde{B}_e = PB_e = \begin{bmatrix} -\hat{L}^{-1} \begin{pmatrix} V_\infty \begin{pmatrix} \sin(\delta - a_\infty) \\ \cos(\delta - a_\infty) \end{pmatrix} \\ v_{fd} \\ 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

### 3.5.3 Modèle d'état complet

On connaît maintenant les équations d'état électriques du système, il faut y rajouter les équations mécaniques (1.35) et (1.36).

Le vecteur d'état mécanique du système est :

$$x_m = \begin{pmatrix} \delta & \omega \end{pmatrix}^t$$

Le vecteur d'état global du système est

$$x = \begin{pmatrix} x_e \\ x_m \end{pmatrix}$$

en mode conduction, et

$$y = \begin{pmatrix} y_e \\ x_m \end{pmatrix}$$

en mode non-conduction.

Le modèle d'état complet est par conséquent donné par :

$$\dot{x}(\theta) = \begin{pmatrix} A_e(\theta, \delta, \omega)x_e + B_e(\delta) \\ \omega - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_s}(T_m - T_e(x_e) - F\omega) \end{pmatrix} \triangleq f_{on}(\theta, x) \quad (3.21)$$

ou

$$\dot{y} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_e(\omega)y_e + \tilde{B}_e(\delta) \\ \omega - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_s}(T_m - T_e(y_e) - F\omega) \end{pmatrix} \triangleq f_{off}(y) \quad (3.22)$$

suivant que l'on est en mode conduction ou non conduction.



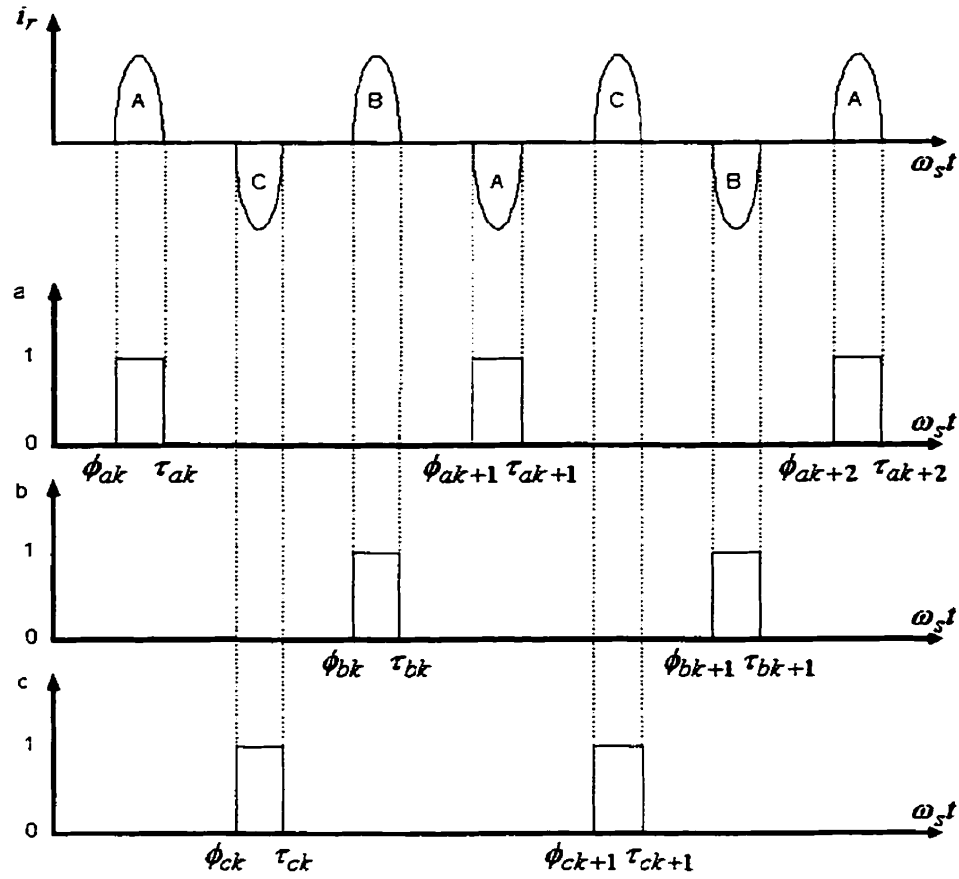
On peut remarquer que le modèle d'état pourrait s'écrire de façon plus condensée :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \hat{L}^{-1}(\hat{R} + \omega \hat{N}) & -\hat{L}^{-1} \begin{pmatrix} I_2 \\ 0_{3 \times 2} \end{pmatrix} & 0_{5 \times 1} \\ \frac{1}{C_r} \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 3} \end{pmatrix} & \omega T & -\frac{1}{C_r} T_{dq} \begin{pmatrix} a(x, t) \\ b(x, t) \\ c(x, t) \end{pmatrix} \\ 0_{1 \times 5} & \frac{1}{L_r} \begin{pmatrix} a(x, t) & b(x, t) & c(x, t) \end{pmatrix} T_{dq}^{-1} & 0 \end{bmatrix} x_e + B_e \\ \omega - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_s} (T_m - T_e - F\omega) \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des fonctions qui dépendent du temps et aussi de l'état du système à travers les angles de commutation  $\phi$  et  $\tau$ . La figure 3.5 suivante montre comment évoluent ces fonctions au cours du temps. L'angle d'arrêt de conduction  $\tau$  dépend de l'état du système car il est déterminé lorsque le courant  $i_r$  s'annule. L'angle  $\phi$  dépend lui aussi de l'état du système car l'angle d'allumage des thyristors peut être synchronisé sur le passage par zéro des tensions  $v_r$  ou de toute autre variable du système, mais  $\phi$  constitue de plus la variable de commande et elle sera par conséquent dépendante de l'état du système lorsqu'un contrôle sera appliqué. Cette dépendance de  $\phi$  et  $\tau$  par rapport aux variables d'état rend le système très difficile à étudier sous la forme (3.23). C'est pourquoi il est plus aisé de travailler avec les deux systèmes d'équations (3.21) et (3.22).

On constate finalement que le modèle global est non linéaire et variant dans le temps. Il est constitué de quatre sous systèmes d'équations non linéaires qui régissent l'évolution des états. Nous en avons trois pour le mode conduction, un par phase, et un lorsqu'il n'y a pas de conduction.

En mode conduction, le système est variant dans le temps. Si l'on appelle  $f_{\sigma n_s}$ ,

FIG. 3.5 – Evolution des fonctions  $a$ ,  $b$  et  $c$ 

$f_{on_b}$  et  $f_{on_c}$  les trois systèmes en conduction, on peut noter que :

$$f_{on_a}(\theta + 2\pi/3, \cdot) = f_{on_c}(\theta, \cdot) \quad (3.24)$$

$$f_{on_a}(\theta - 2\pi/3, \cdot) = f_{on_b}(\theta, \cdot) \quad (3.25)$$

Les trois systèmes sont décalés de  $2\pi/3$  et de plus, on a :

$$f_{on}(\theta + 2\pi/3, \cdot) = f_{on}(\theta, \cdot) \quad (3.26)$$

En effet, par exemple, si  $\theta$  est un angle pour lequel la phase A conduit et  $\theta + 2\pi/3$

un angle pour lequel la phase B conduit, alors :

$$\begin{aligned} f_{on}(\theta, \cdot) &= f_{on_a}(\theta, \cdot) \\ f_{on}(\theta + 2\pi/3, \cdot) &= f_{on_b}(\theta + 2\pi/3, \cdot) \end{aligned}$$

et donc d'après (3.25),  $f_{on}(\theta + 2\pi/3, \cdot) = f_{on}(\theta, \cdot)$ .

Il nous reste maintenant à relier les modèles d'état (3.21) et (3.22) aux instants de conduction et d'arrêt de conduction. Il s'agit d'établir les relations de continuité pour l'état du système à ces instants où les équations dynamiques changent. Soient  $\phi$  un angle de début de conduction et  $\tau$  un angle d'arrêt de conduction du système tel que montré à la figure 3.6.

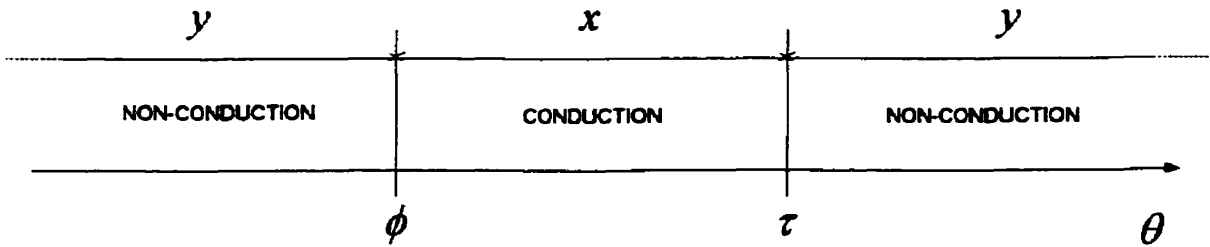


FIG. 3.6 – Angles de commutation

Définissons :

$$G \triangleq \begin{pmatrix} P & 0_{7 \times 2} \\ 0_{2 \times 8} & I_2 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Les relations de continuité entre les deux systèmes s'écrivent donc :

$$x_e(\phi) = P^t y_e(\phi) \quad (3.28)$$

$$x(\phi) = G^t y(\phi) \quad (3.29)$$

à un instant de conduction, et

$$y_e(\tau) = Px_e(\tau) \quad (3.30)$$

$$y(\tau) = Gx(\tau) \quad (3.31)$$

à un arrêt de conduction.

Les deux relations (3.29) et (3.31) ci-dessus complètent le modèle d'état donné par les deux systèmes d'équations (3.21) et (3.22).

En résumé, le modèle non linéaire complet du système est donné par les équations suivantes :

$$\dot{x}(\theta) = \begin{pmatrix} A_e(\theta, \delta, \omega)x_e + B_e(\delta) \\ \omega - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_s}(T_m - T_e(x_e) - F\omega) \end{pmatrix} \triangleq f_{on}(\theta, x)$$

$$\dot{y} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_e(\omega)y_e + \tilde{B}_e(\delta) \\ \omega - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_s}(T_m - T_e(y_e) - F\omega) \end{pmatrix} \triangleq f_{off}(y)$$

$$\text{avec } \begin{cases} x(\phi) = G^t y(\phi) \\ y(\tau) = Gx(\tau) \end{cases}$$

## CHAPITRE IV

### LINÉARISATION

Ce chapitre a pour but de donner les équations dynamiques du système linéarisé autour d'un régime de fonctionnement périodique afin de pouvoir étudier la stabilité du système et le contrôler autour de la trajectoire d'équilibre périodique de ce régime. On supposera que les entrées de la machine synchrone, le couple mécanique  $T_m$  et la tension d'excitation  $v_{fd}$  sont constantes.

La trajectoire d'équilibre est caractérisée par plusieurs éléments : une trajectoire d'équilibre en mode conduction ( $x_*$ ), une trajectoire d'équilibre en mode non conduction ( $y_*$ ) et les angles de commutation d'équilibre ( $\phi_*$  et  $\tau_*$ ) .

Dans ce chapitre toutes les variables et paramètres sont en pu,  $\theta$  et  $\delta$  sont en radians. On rappelle aussi que  $\theta = \omega_s t$  et que pour l'opérateur dérivée " $\cdot$ "  $\equiv \frac{d}{d\theta}$  ".

#### 4.1 Modèle linéarisé en mode conduction

Soit  $x_*$  la partie de la trajectoire d'équilibre pendant le mode conduction :

$$x_* \triangleq \begin{pmatrix} i_{d*} & i_{q*} & i_{fd*} & i_{kd*} & i_{kq*} & v_{rd*} & v_{rq*} & i_{r*} & \delta_* & \omega_* \end{pmatrix}^t$$

$$x_* \triangleq \begin{pmatrix} x_{e*} \\ x_{m*} \end{pmatrix}$$

Notons  $\Delta x$  une petite variation des variables du système autour de la trajectoire

d'équilibre :

$$x(t) = x_*(t) + \Delta x(t) \quad (4.1)$$

La linéarisation autour de la trajectoire d'état d'équilibre périodique d'après l'équation (3.21), nous donne :

$$\dot{\Delta x} = \left. \frac{\partial f_{on}}{\partial x} \right|_* \Delta x \quad (4.2)$$

soit :

$$\dot{\Delta x_e} = A_{e*} \Delta x_e + \left( \left. \frac{\partial A_e}{\partial \delta} \right|_* \Delta \delta + \left. \frac{\partial A_e}{\partial \omega} \right|_* \Delta \omega \right) x_{e*} + \left. \frac{\partial B_e}{\partial \delta} \right|_* \Delta \delta \quad (4.3)$$

$$\dot{\Delta \delta} = \Delta \omega \quad (4.4)$$

$$\dot{\Delta \omega} = \frac{1}{2H\omega_s} \left( - \left. \frac{\partial T_e}{\partial x_e} \right|_* \Delta x_e - F \Delta \omega \right) \quad (4.5)$$

où l'indice \* indique l'évaluation d'un terme à l'équilibre.

Le système linéarisé en mode conduction s'écrit donc :

$$\dot{\Delta x} = A_{on}(\theta) \Delta x \quad (4.6)$$

avec :

$$\dot{\Delta x} = \begin{pmatrix} \dot{\Delta x_e} \\ \dot{\Delta \delta} \\ \dot{\Delta \omega} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

et

$$A_{on} = \begin{pmatrix} A_{e*} & \frac{\partial A_e}{\partial \delta}|_* x_{e*} + \frac{\partial B_e}{\partial \delta}|_* & \frac{\partial A_e}{\partial \omega}|_* x_{e*} \\ 0_{1 \times 8} & 0 & 1 \\ -\frac{\partial T_e}{\partial x_e}|_* & 0 & -F \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Les calculs des différents éléments qui composent  $A_{on}$  sont effectués ci après :

$$A_{e*} = \begin{bmatrix} \hat{L}^{-1} (\hat{R} + \omega_* \hat{N}) & -\hat{L}^{-1} \begin{pmatrix} I_2 \\ 0_{3 \times 2} \end{pmatrix} & 0_{5 \times 1} \\ \frac{1}{C_r} \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 3} \end{pmatrix} & \omega_* T & -\frac{1}{C_r} T_{dq}|_* \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \\ 0_{1 \times 5} & \frac{1}{L_r} \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} T_{dq}^{-1}|_* & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

où

$$T_{dq}|_* \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \sin(\omega_s t + \delta_* + k \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega_s t + \delta_* + k \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

$$\begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} T_{dq}^{-1}|_* = \begin{pmatrix} \sin(\omega_s t + \delta_* + k \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega_s t + \delta_* + k \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Ce sont ces deux termes qui rendent la matrice  $A_{e*}$  variante dans le temps, la variable  $k$  étant définie par :

$$k = \begin{cases} 0 & \text{si A conduit}(a = 1) \\ -1 & \text{si B conduit}(b = 1) \\ 1 & \text{si C conduit}(c = 1) \end{cases}$$

Les différents termes dérivés de  $A_{em}$  sont égaux à :

$$\left. \frac{\partial A_e}{\partial \omega} \right|_* = \begin{bmatrix} \hat{L}^{-1} \hat{N} & 0_{5 \times 2} & 0_{5 \times 1} \\ 0_{2 \times 5} & T & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 5} & 0_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

donc

$$\left. \frac{\partial A_e}{\partial \omega} \right|_* x_{e*} = \begin{bmatrix} L^{-1} N \begin{pmatrix} i_{d*} \\ i_{q*} \\ i_{fd*} \\ i_{kd*} \\ i_{kq*} \end{pmatrix} \\ T \begin{pmatrix} v_{rd*} \\ v_{rq*} \end{pmatrix} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\left. \frac{\partial A_e}{\partial \delta} \right|_* = \begin{bmatrix} 0_{5 \times 5} & 0_{5 \times 2} & 0_{5 \times 1} \\ 0_{2 \times 5} & 0_{2 \times 2} & -\frac{1}{C_r} T T_{dq*} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \\ 0_{1 \times 5} & -\frac{1}{L_r} \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} T_{dq*}^{-1} T & 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$



où

$$TT_{dq*} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos(\omega_s t + \delta_* + k\frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\omega_s t + \delta_* + k\frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

et

$$\begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} T_{dq*}^{-1} T = \begin{pmatrix} -\cos(\omega_s t + \delta_* + k\frac{2\pi}{3}) & \sin(\omega_s t + \delta_* + k\frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

donc

$$\frac{\partial A_e}{\partial \delta} \Big|_* x_{e*} = \begin{bmatrix} 0_{5 \times 1} \\ -\frac{1}{C_r} \frac{2}{3} i_{r*} \begin{pmatrix} \cos(\omega_s t + \delta_* + k\frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\omega_s t + \delta_* + k\frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \\ \frac{1}{L_r} (\cos(\omega_s t + \delta_* + k\frac{2\pi}{3}) v_{rd*} - \sin(\omega_s t + \delta_* + k\frac{2\pi}{3}) v_{rq*}) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial B_e}{\partial \delta} \Big|_* = \begin{bmatrix} \hat{L}^{-1} \begin{bmatrix} V_\infty \begin{pmatrix} -\cos(\delta_* - a_\infty) \\ \sin(\delta_* - a_\infty) \end{pmatrix} \\ 0_{2 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\left. \frac{\partial T_e}{\partial x_e} \right|_* = \begin{bmatrix} (L_q - L_d) i_{q*} - L_{mq} i_{kq*} & (L_q - L_d) i_{d*} + L_{md}(i_{fd*} + L_{md} i_{kd*}) \\ L_{md} i_{q*} & L_{md} i_{q*} & -L_{mq} i_{d*} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

On peut remarquer que la matrice  $A_{on}$  est variante dans le temps à travers les termes  $i_{r*}$ ,  $A_{e*}$  et  $\left. \frac{\partial A_e}{\partial \delta} \right|_* x_{e*}$ . De plus  $A_{on}$  est périodique, de période  $2\pi/3$ .

## 4.2 Modèle linéarisé en mode non-conduction

De façon similaire à la section précédente, on définit  $y_*$  la partie de la trajectoire d'équilibre pendant le mode non-conduction :

$$y_* \triangleq \begin{pmatrix} i_{d*} & i_{q*} & i_{fd*} & i_{kd*} & i_{kq*} & v_{rd*} & v_{rq*} & \delta_* & \omega_* \end{pmatrix}^t \quad (4.20)$$

$$y_* \triangleq \begin{pmatrix} y_{e*} \\ x_{m*} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Notons  $\Delta y$  une petite variation des variables du système autour de la trajectoire d'équilibre :

$$y(t) = y_*(t) + \Delta y(t) \quad (4.22)$$

De même que précédemment, la linéarisation autour de la trajectoire d'état d'équilibre périodique, d'après l'équation (3.22), nous donne :

$$\dot{\Delta y} = \left. \frac{\partial f_{off}}{\partial y} \right|_* \Delta y \quad (4.23)$$

soit

$$\Delta \dot{y}_e = \tilde{A}_{e*} \Delta y_e + \left. \frac{\partial \tilde{A}_e}{\partial \omega} \right|_* y_{e*} \Delta \omega + \left. \frac{\partial \tilde{B}_e}{\partial \delta} \right|_* \Delta \delta \quad (4.24)$$

$$\Delta \dot{\delta} = \Delta \omega \quad (4.25)$$

$$\Delta \dot{\omega} = \frac{1}{2H\omega_s} \left( - \left. \frac{\partial T_e}{\partial y_e} \right|_* \Delta y_e - F \Delta \omega \right) \quad (4.26)$$

Le système linéarisé en mode non-conduction s'écrit donc :

$$\Delta \dot{y} = A_{off} \Delta y \quad (4.27)$$

avec

$$\Delta \dot{y} = \begin{pmatrix} \Delta \dot{y}_e \\ \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \dot{\omega} \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

et

$$A_{off} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{e*} & \left. \frac{\partial \tilde{B}_e}{\partial \delta} \right|_* & \left. \frac{\partial \tilde{A}_e}{\partial \omega} \right|_* y_{e*} \\ 0_{1 \times 7} & 0 & 1 \\ - \left. \frac{\partial T_e}{\partial y_e} \right|_* & 0 & -F \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Les éléments de  $A_{off}$  sont donnés par :

$$\tilde{A}_{e*} = P A_{e*} P^t = \begin{bmatrix} \hat{L}^{-1} (\hat{R} + \omega_* \hat{N}) & -\hat{L}^{-1} \begin{pmatrix} I_2 \\ 0_{3 \times 2} \end{pmatrix} \\ \frac{1}{C_r} \begin{pmatrix} I_2 & 0_{2 \times 3} \end{pmatrix} & \omega_* T \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{A}_e}{\partial \omega} \right|_* y_{e*} = P \left. \frac{\partial A_e}{\partial \omega} \right|_* P^t y_{e*} = \begin{bmatrix} L^{-1} N \begin{pmatrix} i_{d*} \\ i_{q*} \\ i_{fd*} \\ i_{kd*} \\ i_{kq*} \end{pmatrix} \\ T \begin{pmatrix} v_{rd*} \\ v_{rq*} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{B}_e}{\partial \delta} \right|_* = P \left. \frac{\partial B_e}{\partial \delta} \right|_* = \begin{bmatrix} \hat{L}^{-1} \begin{pmatrix} V_\infty \begin{pmatrix} \cos(\delta_* - a_\infty) \\ \sin(\delta_* - a_\infty) \end{pmatrix} \\ 0_{3 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$\left. \frac{\partial T_e}{\partial y_e} \right|_* = \begin{bmatrix} (L_q - L_d) i_{q*} - L_{mq} i_{kq*} & (L_q - L_d) i_{d*} + L_{md} (i_{fd*} + L_{md} i_{kd*}) \\ L_{md} i_{q*} & L_{md} i_{q*} & -L_{mq} i_{d*} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

On peut remarquer que la matrice  $A_{off}$  est variante dans le temps si le vecteur  $y_*$  est lui même variant dans le temps.

### 4.3 Linéarisation autour des angles de conduction et de non-conduction

On connaît maintenant le comportement dynamique du système linéarisé dans les régions de conduction et de non-conduction. Lorsque la trajectoire est légèrement perturbée par rapport à l'équilibre, les modes d'opération du système ne débutent pas aux mêmes instants que ceux de la trajectoire nominale. Il faut maintenant étudier

l'influence des variations d'angles de commutation par rapport à la solution nominale. Un problème se pose autour des instants de commutation du système pour relier les deux modèles dynamiques des sections 1 et 2 de ce chapitre. Il s'agit ici de trouver les relations de continuité équivalentes à (3.29) et (3.31) pour le système linéarisé.

Soient  $\phi$  un angle de début de conduction et  $\tau$  un angle d'arrêt de conduction du système. Soient  $\phi_*$  et  $\tau_*$  les angles de la solution d'équilibre périodique du système qui correspondent à  $\phi$  et  $\tau$ , on peut donc écrire :

$$\phi = \phi_* + \Delta\phi \quad (4.34)$$

$$\tau = \tau_* + \Delta\tau \quad (4.35)$$

où  $\Delta\phi$  et  $\Delta\tau$  représentent les variations d'angle de début de conduction et d'arrêt de conduction du système par rapport aux angles de commutation de la trajectoire d'équilibre.

Nous allons maintenant donner les détails permettant de trouver les relations recherchées.

#### 4.3.1 Linéarisation autour de l'angle $\phi$

Les figures 4.1 et 4.2 montrent dans quelles régions sont définies les fonctions  $x$ ,  $x_*$ ,  $\Delta x$ ,  $y$ ,  $y_*$  et  $\Delta y$  autour de l'angle d'allumage  $\phi$  pour des variations  $\Delta\phi$  positives ou négatives.

Ces figures montrent bien qu'il existe des intervalles de temps dans lesquels la dynamique du système n'est pas décrite par les équations des modèles linéaires (4.6) et (4.27). En effet, si  $\phi$  et  $\phi_*$  ne correspondent pas, il arrive obligatoirement un moment où le système passe en mode conduction alors que la trajectoire d'équilibre est toujours en mode non conduction dans le cas où  $\Delta\phi < 0$ . Si  $\Delta\phi > 0$ , le système reste

en mode non conduction alors que la trajectoire d'équilibre est déjà passée en mode conduction. Le comportement du système dans ces zones n'est donc pas modélisé par les équations (4.6) ou (4.27).

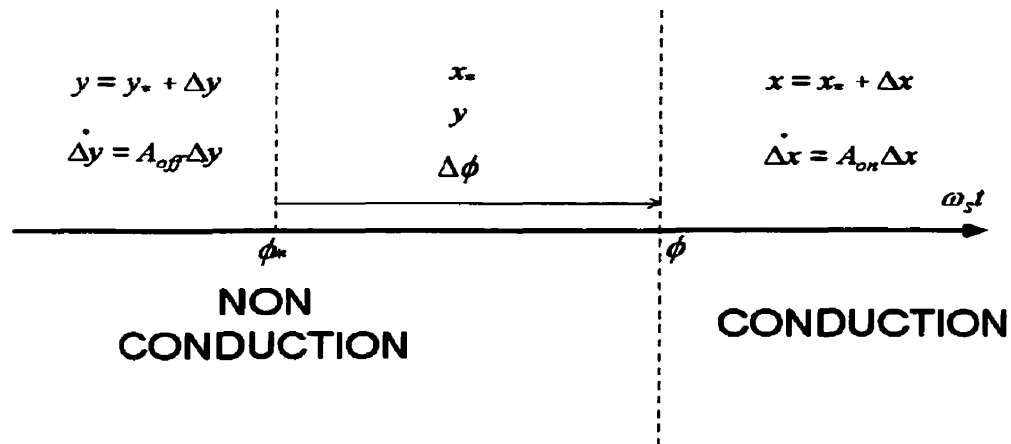


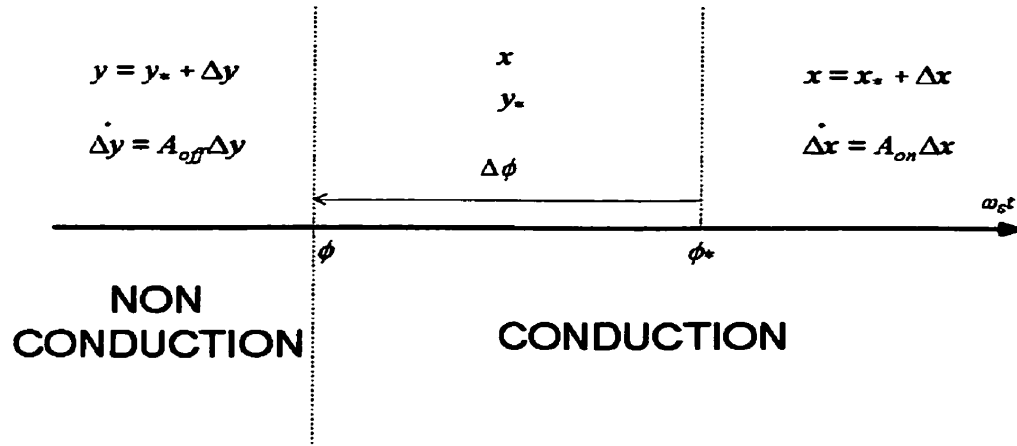
FIG. 4.1 - Evolution des états pour  $\Delta\phi > 0$

L'équation (3.29) nous donne :

$$x(\phi) = G^t y(\phi)$$

On se place dans la cas de la figure 4.1 où  $\Delta\phi > 0$  et on effectue un développement au premier ordre de chaque membre de cette équation :

$$\begin{aligned} x(\phi) &= x_*(\phi) + \Delta x(\phi) \\ &= x_*(\phi_*) + \dot{x}_*(\phi_*)\Delta\phi + \Delta x(\phi) \end{aligned} \quad (4.36)$$

FIG. 4.2 – Evolution des états pour  $\Delta\phi < 0$ 

et

$$\begin{aligned}
 G^t y(\phi) &= G^t y(\phi_* + \Delta\phi) \\
 &= G^t [y(\phi_*) + \dot{y}(\phi_*) \Delta\phi] \\
 &= G^t [y_*(\phi_*) + \Delta y(\phi_*) + \dot{y}_*(\phi_*) \Delta\phi + \dot{\Delta y}(\phi_*) \Delta\phi] \\
 &\cong G^t [y_*(\phi_*) + \Delta y(\phi_*) + \dot{y}_*(\phi_*) \Delta\phi]
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

en supposant que  $\dot{\Delta y}(\phi_*) \Delta\phi$  reste négligeable devant les autres termes de l'équation (4.37).

On a donc, en utilisant  $x_*(\phi_*) = G^t y_*(\phi_*)$  et la relation (3.22) :

$$\begin{aligned}
 \Delta x(\phi) &= [G^t \dot{y}_*(\phi_*) - \dot{x}_*(\phi_*)] \Delta\phi + G^t \Delta y(\phi_*) \\
 &= [G^t f_{off}(y_*(\phi_*)) - \dot{x}_*(\phi_*)] \Delta\phi + G^t \Delta y(\phi_*)
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Or,

$$\begin{aligned}
 G^t f_{off}(y_*(\phi_*)) &= G^t \begin{pmatrix} PA_{e*}(\phi_*)P^t y_{e*}(\phi_*) + PB_{e*} \\ \omega_* - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_*}(T_{m*} - T_{e*} - F\omega_*) \end{pmatrix} \\
 &= G^t G \begin{pmatrix} A_{e*}(\phi_*)P^t y_{e*}(\phi_*) + B_{e*} \\ \omega_* - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_*}(T_{m*} - T_{e*} - F\omega_*) \end{pmatrix} \\
 &= G^t G \begin{pmatrix} A_{e*}(\phi_*)x_{e*}(\phi_*) + B_{e*} \\ \omega_* - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_*}(T_{m*} - T_{e*} - F\omega_*) \end{pmatrix} \\
 &= G^t G f_{on}(x_*(\phi_*)) \\
 &= G^t G \dot{x}_*(\phi_*) \tag{4.39}
 \end{aligned}$$

Donc finalement l'équation reliant les deux systèmes linéarisés pour  $\Delta\phi > 0$  est dans ce cas :

$$\Delta x(\phi) = (G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_*) \Delta\phi + G^t \Delta y(\phi_*) \tag{4.40}$$

Une démarche similaire nous permettrait d'obtenir dans le cas où  $\Delta\phi < 0$  :

$$\Delta x(\phi_*) = (G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_*) \Delta\phi + G^t \Delta y(\phi) \tag{4.41}$$

D'une manière générale si l'on définit :

$$\phi^+ \triangleq \max(\phi_*, \phi) \tag{4.42}$$



et

$$\phi^- \triangleq \min(\phi_*, \phi) \quad (4.43)$$

alors :

$$\Delta x(\phi^+) = (G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_*) \Delta \phi + G^t \Delta y(\phi^-) \quad (4.44)$$

La relation ci-dessus peut encore s'écrire :

$$\Delta x(\phi^+) = \begin{pmatrix} \Delta y_e(\phi^-) \\ -\frac{d}{d\theta} i_{r*}(\phi_*) \Delta \phi \\ \Delta x_m(\phi^-) \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

On peut remarquer que l'influence dans (4.45) de  $\Delta \phi$  est proportionnelle au terme  $\frac{d}{d\theta} i_{r*}(\phi_*)$  comme c'était déjà le cas pour le système plus simplifié décrit dans [HT98].

#### 4.3.2 Linéarisation autour de l'angle d'arrêt de conduction $\tau$

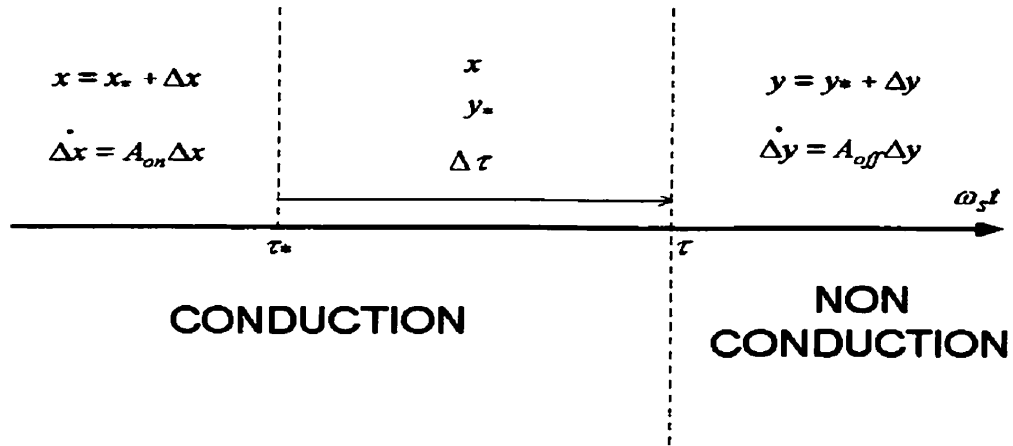
De la même manière que précédemment, on a les figures 4.3 et 4.4 qui montrent dans quelles régions sont définies les fonctions  $x$ ,  $x_*$ ,  $\Delta x$ ,  $y$ ,  $y_*$  et  $\Delta y$  autour de l'angle d'arrêt de conduction  $\tau$  pour des variations  $\Delta \tau$  positives ou négatives.

L'équation (3.31) nous donne :

$$y(\tau) = Gx(\tau)$$

On se place dans la cas de la figure 4.3 où  $\Delta \tau > 0$  et on va linéariser chaque membre de cette équation :

$$\begin{aligned} y(\tau) &= y_*(\tau) + \Delta y(\tau) \\ &= y_*(\tau_*) + \dot{y}_*(\tau_*) \Delta \tau + \Delta y(\tau) \end{aligned} \quad (4.46)$$

FIG. 4.3 – Evolution des états pour  $\Delta\tau > 0$ 

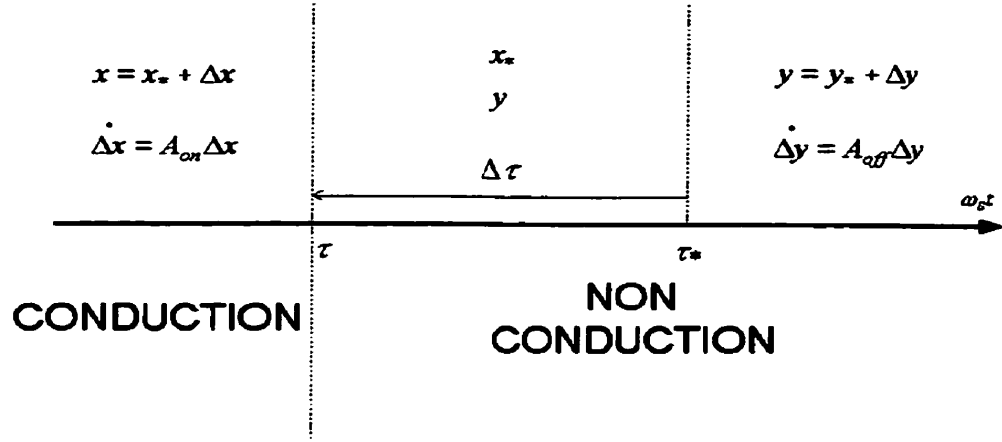
et

$$\begin{aligned}
 Gx(\tau) &= Gx(\tau_* + \Delta\tau) \\
 &= G^t [x(\tau_*) + \dot{x}(\tau_*)\Delta\tau] \\
 &= G [x_*(\tau_*) + \Delta x(\tau_*) + \dot{x}_*(\tau_*)\Delta\tau + \dot{\Delta x}(\tau_*)\Delta\tau] \\
 &\cong G [x_*(\tau_*) + \Delta x(\tau_*) + \dot{x}_*(\tau_*)\Delta\tau]
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

en supposant, comme expliqué précédemment, que  $\dot{\Delta x}(\tau_*)\Delta\tau$  est négligeable devant les autres termes de l'équation (4.47).

On a donc, en utilisant  $y_*(\tau_*) = Gx_*(\tau_*)$  et (3.27) :

$$\begin{aligned}
 \Delta y(\tau) &= [G\dot{x}_*(\tau_*) - \dot{y}_*(\tau_*)] \Delta\tau + G\Delta x(\tau_*) \\
 &= [Gf_{on}(x_*(\tau_*)) - \dot{y}_*(\tau_*)] \Delta\tau + G\Delta x(\tau_*)
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

FIG. 4.4 – Evolution des états pour  $\Delta\tau < 0$ 

Or

$$\begin{aligned}
 Gf_{on}(x_*(\tau_*)) &= G \begin{pmatrix} A_{e*}(\tau_*)x_{e*}(\tau_*) + PB_{e*} \\ \omega_* - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_*}(T_{m*} - T_{e*} - F\omega_*) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} PA_{e*}(\tau_*)x_{e*}(\tau_*) + PB_{e*} \\ \omega_* - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_*}(T_{m*} - T_{e*} - F\omega_*) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} PA_{e*}(\tau_*)P^t y_{e*}(\tau_*) + PB_{e*} \\ \omega_* - 1 \\ \frac{1}{2H\omega_*}(T_{m*} - T_{e*} - F\omega_*) \end{pmatrix} \\
 &= f_{off}(y_*(\tau_*)) \\
 &= \dot{y}_*(\tau_*)
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

On obtient donc que :

$$G\dot{x}_*(\tau_*) - \dot{y}_*(\tau_*) = 0 \quad (4.50)$$

de sorte que l'équation reliant les deux systèmes linéarisés pour  $\Delta\tau > 0$  est similaire à la relation (3.31), elle ne dépend pas de  $\Delta\tau$  :

$$\Delta y(\tau_*) = G\Delta x(\tau) \quad (4.51)$$

Une même démarche nous permettrait d'obtenir dans le cas où  $\Delta\tau < 0$  :

$$\Delta y(\tau) = G\Delta x(\tau_*) \quad (4.52)$$

D'une manière générale si on définit :

$$\tau^+ \triangleq \max(\tau_*, \tau) \quad (4.53)$$

et

$$\tau^- \triangleq \min(\tau_*, \tau) \quad (4.54)$$

alors :

$$\Delta y(\tau^+) = G\Delta x(\tau^-) \quad (4.55)$$

Le fait que la relation (4.55) ne dépende pas de  $\Delta\tau$  est analogue à la simplification de [DJ93].

Donc, une perturbation suffisamment petite sur l'instant d'arrêt de conduction n'a pas d'influence significative sur la valeur de  $\Delta y$  entre  $\tau^-$  et  $\tau^+$ . Ceci est dû au fait que la seule variable influencée par  $\Delta\tau$  est la variable  $i_r$  mais, comme elle disparaît quand

on entre en mode non conduction et reste nulle, elle n'a pas d'influence sur le système.

En fait, les relations (4.44) et (4.55) correspondent à celles du système plus simplifié de [HT98].

En résumé, la linéarisation du modèle non linéaire complet nous donne les équations suivantes :

$$\dot{\Delta x} = \begin{pmatrix} A_{e*} & \frac{\partial A_e}{\partial \delta} \Big|_* x_{e*} + \frac{\partial B_e}{\partial \delta} \Big|_* & \frac{\partial A_e}{\partial \omega} \Big|_* x_{e*} \\ 0_{1 \times 8} & 0 & 1 \\ -\frac{\partial T_e}{\partial x_e} \Big|_* & 0 & -F \end{pmatrix} \Delta x \triangleq A_{on}(\theta) \Delta x$$

$$\dot{\Delta y} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{e*} & \frac{\partial \tilde{B}_e}{\partial \delta} \Big|_* & \frac{\partial \tilde{A}_e}{\partial \omega} \Big|_* y_{e*} \\ 0_{1 \times 7} & 0 & 1 \\ -\frac{\partial T_e}{\partial y_e} \Big|_* & 0 & -F \end{pmatrix} \Delta y \triangleq A_{off}(\theta) \Delta y$$

$$\text{avec } \begin{cases} \Delta x(\phi^+) = (G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_*) \Delta \phi + G^t \Delta y(\phi^-) \\ \Delta y(\tau^+) = G \Delta x(\tau^-) \end{cases}$$

## CHAPITRE V

### MODÈLE POUR LA COMMANDE

Ce chapitre a pour but d'utiliser le modèle linéarisé décrit au chapitre précédent pour analyser la stabilité du système et dégager un modèle pour la commande. Le modèle obtenu est linéaire et discret, la variable de commande est l'angle d'allumage des thyristors.

#### 5.1 Notations - Evolution des états

La figure 5.1 montre comment évoluent au cours du temps les différentes variables discrètes du système en fonction des modes de fonctionnement.

C : Mode Conduction  
NC : Mode Non-Conduction

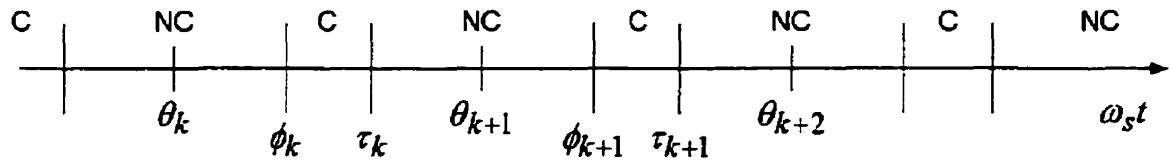


FIG. 5.1 – Evolution des modes de fonctionnement

Les angles  $\phi_k$  et  $\tau_k$  représentent les instants de conduction et d'arrêt de conduction du système, tels que montrés à la figure 5.1. On pose :

$$\phi_k = \phi_{k*} + \Delta\phi_k \quad (5.1)$$

$$\tau_k = \tau_{k*} + \Delta\tau_k \quad (5.2)$$

avec

$$\phi_{*k} = \phi_{*0} + k\pi/3 \quad (5.3)$$

$$\tau_{*k} = \tau_{*0} + k\pi/3 \quad (5.4)$$

On suppose ici qu'en boucle ouverte les angles  $\phi_k$  sont fixés c'est à dire qu'ils ne sont pas dépendants des variables d'état du système. Les variations d'angle d'allumage  $\Delta\phi_k$  ne sont donc dues qu'à l'action de la commande sur le système (voir [RDLS96], [JLD94]).

Les angles  $\theta_k$  représentent les angles pour lesquels on va évaluer l'état du système et ainsi obtenir un modèle discret. Ils sont fixés tous les  $\pi/3$  tels que :

$$\theta_k \triangleq \theta_0 + k\omega_s T/6 \quad (5.5)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \pi/3 \quad (5.6)$$

Ils sont choisis de façon arbitraire dans une période de non-conduction. Nous prendrons ces angles au milieu des périodes de non conduction de la solution d'équilibre, c'est à dire :

$$\theta_k \triangleq \frac{\phi_{*k} + \tau_{*k-1}}{2} \quad (5.7)$$

On supposera dans notre cas que les variations du système autour de la trajectoire d'équilibre sont suffisamment faibles pour que les angles  $\theta_k$  restent toujours en mode non conduction, ce qui assure un bon fonctionnement du contrôleur.

Nous poserons pour les variables du modèle discret :

$$z_k \triangleq \Delta y(\theta_k) \quad (5.8)$$

$$u_k \triangleq \Delta \phi_k \quad (5.9)$$

et on obtiendra le modèle :

$$z_{k+1} = Az_k + Bu_k \quad (5.10)$$

## 5.2 Modèle pour la commande

Comme expliqué au chapitre 2, on va calculer l'application de Poincaré du système linéarisé entre  $\theta_k$  et  $\theta_{k+1}$  pour arriver au modèle linéaire discret (5.10). La justification du fait que l'on prend un intervalle de longueur  $\pi/3$  seulement alors que le système est périodique de période  $2\pi/3$  sera effectuée à la section suivante.

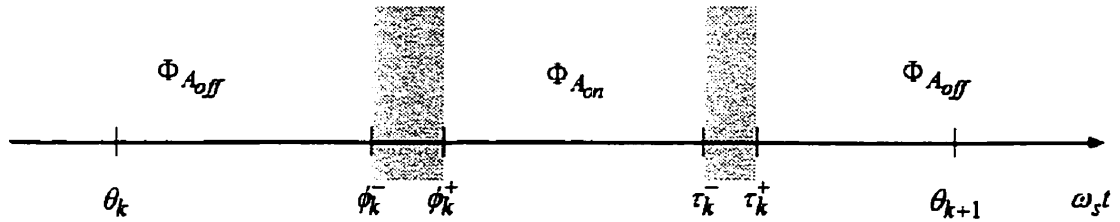


FIG. 5.2 – Domaines d'existence des matrices de transition

Soient  $\Phi_{A_{on}}$  et  $\Phi_{A_{off}}$  les matrices de transition des systèmes (4.6) et (4.27). Le schéma 5.2 nous montre dans quels domaines elles sont définies.

De plus, soient  $\phi_k^-$ ,  $\phi_k^+$ ,  $\tau_k^-$  et  $\tau_k^+$  les angles définis précédemment d'après les relations (4.42), (4.43), (4.53) et (4.54).



On peut donc écrire :

$$\Delta y(\phi_k^-) = \Phi_{A_{off}}(\phi_k^-, \theta_k) \Delta y(\theta_k) \quad (5.11)$$

$$\Delta x(\tau_k^-) = \Phi_{A_{on}}(\tau_k^-, \phi_k^+) \Delta x(\phi_k^+) \quad (5.12)$$

$$\Delta y(\theta_{k+1}) = \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_k^+) \Delta y(\tau_k^+) \quad (5.13)$$

Pour relier ces trois équations, on utilise les relations (4.55) et (4.44) qui nous donnent en plus :

$$\Delta y(\tau_k^+) = G \Delta x(\tau_k^-) \quad (5.14)$$

$$\Delta x(\phi_k^+) = G^t \Delta y(\phi_k^-) + (G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_{*k}) \Delta \phi_k \quad (5.15)$$

En remplaçant dans les équations ci-dessus, on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta y(\theta_{k+1}) &= \\ \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_k^+) G \Phi_{A_{on}}(\tau_k^-, \phi_k^+) &[G^t \Phi_{A_{off}}(\phi_k^-, \theta_k) \Delta y(\theta_k) + (G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_{*k}) \Delta \phi_k] \end{aligned} \quad (5.16)$$

En négligeant des termes d'ordre plus élevé, on suppose que :

$$\begin{aligned} \Phi_{A_{on}}(\tau_k^-, \phi_k^+) &= \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k} \pm \Delta \tau, \phi_{*k} \pm \Delta \phi) \cong \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) \\ \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_k^+) &= \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_{*k} \pm \Delta \tau) \cong \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_{*k}) \\ \Phi_{A_{off}}(\phi_k^-, \theta_k) &= \Phi_{A_{off}}(\phi_{*k} \pm \Delta \phi, \theta_k) \cong \Phi_{A_{off}}(\phi_{*k}, \theta_k) \end{aligned}$$

On aboutit donc finalement à :

$$\begin{aligned} \Delta y(\theta_{k+1}) = \\ \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_{*k}) G \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) [G^t \Phi_{A_{off}}(\phi_{*k}, \theta_k) \Delta y(\theta_k) + (G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_{*k}) \Delta \phi_k] \end{aligned} \quad (5.17)$$

On obtient donc le système linéaire discret attendu :

$$z_{k+1} = A z_k + B u_k$$

avec

$$A = \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_{*k}) G \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) G^t \Phi_{A_{off}}(\phi_{*k}, \theta_k) \quad (5.18)$$

et

$$B = \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_{*k}) G \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) (G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_{*k}) \quad (5.19)$$

$A$  et  $B$  sont calculées numériquement en intégrant plusieurs systèmes différentiels de la forme :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi_A(\theta, \psi)}{d\theta} = A(\theta) \Phi_A(\theta, \psi) \\ \Phi_A(\psi, \psi) = I \end{cases} \quad (5.20)$$

Les valeurs propres de  $A$  nous donnent la stabilité du système autour de  $z = 0$ . Si les valeurs propres de  $A$  sont plus petites que 1 strictement, alors le système est stable.

### 5.3 Justification du calcul de l'Application de Poincaré sur un intervalle de longueur $\pi/3$

Nous allons maintenant montrer que  $A$  et  $B$  sont les mêmes à chaque  $\pi/3$ . Si on définit les suites de matrices  $A_k$  et  $B_k$  telles que :

$$\begin{aligned} A_k &\triangleq \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_{*k}) G \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) G^t \Phi_{A_{off}}(\phi_{*k}, \theta_k) \\ B_k &\triangleq \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_{*k}) G \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) (G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_{*k}) \end{aligned}$$

Il faut donc montrer que :  $\forall k, A_{k+1} = A_k$  et  $B_{k+1} = B_k$

La solution d'équilibre périodique du système vérifie :

$$x_*(\theta + \pi/3) = Q x_*(\theta) \quad (5.21)$$

dans le mode conduction, et

$$y_*(\theta + \pi/3) = y_*(\theta) \quad (5.22)$$

en non conduction. La matrice  $Q$  étant définie par :

$$Q = \text{diag}(I_7, -1, I_2) = \begin{bmatrix} I_7 & & 0 \\ & -1 & \\ 0 & & I_2 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

En fait, tous les états du système à l'équilibre sont des fonctions périodiques de période  $\pi/3$  sauf la variable  $i_{r*}$  qui change de signe chaque  $\pi/3$ . On a donc pour  $i_{r*}$  :

$$\begin{cases} i_{r*}(\theta + \pi/3) = -i_{r*}(\theta) \\ \frac{d}{d\theta} i_{r*}(\theta + \pi/3) = -\frac{d}{d\theta} i_{r*}(\theta) \end{cases} \quad (5.24)$$

Grâce à ces propriétés de l'état d'équilibre du système et au fait que, chaque  $\pi/3$ , on change de phase qui conduit, on peut remarquer que dans la matrice  $A_{on}$  seules la ligne faisant référence à  $\frac{d}{\delta}i_r$  et la colonne se référant à  $i_r$  changent de signe chaque  $\pi/3$ . En effet, si on regarde les expressions (4.9) et (4.17), on voit que :

$$\begin{cases} A_{e*}(\theta + \pi/3) = \begin{bmatrix} I_7 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} A_{e*}(\theta) \begin{bmatrix} I_7 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ \frac{\partial A_e}{\partial \delta} \big|_* (\theta + \pi/3) x_{e*}(\theta + \pi/3) = \begin{bmatrix} I_7 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \frac{\partial A_e}{\partial \delta} \big|_* (\theta) x_{e*}(\theta) \end{cases} \quad (5.25)$$

d'où

$$A_{on}(\theta + \pi/3) = Q A_{on}(\theta) Q \quad (5.26)$$

Montrons maintenant que  $\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k+1}, \phi_{*k+1}) = Q \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) Q$ . Soient  $(\theta, \psi) \in [\phi_{*k}, \tau_{*k}]^2$ , donc  $(\theta + \pi/3, \psi + \pi/3) \in [\phi_{*k+1}, \tau_{*k+1}]^2$ . On a :

$$\frac{d\Phi_{A_{on}}(\theta + \pi/3, \psi + \pi/3)}{d\theta} = A_{on}(\theta + \pi/3) \Phi_{A_{on}}(\theta + \pi/3, \psi + \pi/3) \quad (5.27)$$

$$= Q A_{on}(\theta) Q \Phi_{A_{on}}(\theta + \pi/3, \psi + \pi/3) \quad (5.28)$$

$\Rightarrow$

$$\frac{d[Q \Phi_{A_{on}}(\theta + \pi/3, \psi + \pi/3) Q]}{d\theta} = A_{on}(\theta) [Q \Phi_{A_{on}}(\theta + \pi/3, \psi + \pi/3) Q] \quad (5.29)$$

car  $QQ = I_{10}$

Or, on sait que  $\Phi_{A_{on}}(\theta, \psi)$  est l'unique solution de :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi(\theta, \psi)}{d\theta} = A_{on}(\theta)\Phi(\theta, \psi) \\ \Phi(\psi, \psi) = I \end{cases} \quad (5.30)$$

donc

$$\Phi_{A_{on}}(\theta, \psi) = Q\Phi_{A_{on}}(\theta + \pi/3, \psi + \pi/3)Q \quad (5.31)$$

et

$$\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) = Q\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k+1}, \phi_{*k+1})Q \quad (5.32)$$

$\Rightarrow$

$$\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k+1}, \phi_{*k+1}) = Q\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k})Q \quad (5.33)$$

et donc, on obtient finalement que :

$$\begin{aligned} G\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k+1}, \phi_{*k+1})G^t &= GQ\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k})QG^t \\ &= G\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k})G^t \end{aligned} \quad (5.34)$$

car

$$\begin{cases} GQ = G \\ QG^t = G^t \end{cases} \quad (5.35)$$

D'après la périodicité des variables d'état donnée par l'équation (5.22) pour le

mode de non conduction, la matrice  $A_{off}$  vérifie :

$$A_{off}(\theta + \pi/3) = A_{off}(\theta) \quad (5.36)$$

et donc

$$\Phi_{A_{off}}(\theta + \pi/3, \psi + \pi/3) = \Phi_{A_{off}}(\theta, \psi) \quad (5.37)$$

Donc finalement, avec les équations (5.34) et (5.37) ci-dessus, on obtient que :

$\forall k \in \mathbb{N}$ ,

$$\begin{aligned} & \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+2}, \tau_{*k+1}) G \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k+1}, \phi_{*k+1}) G^t \Phi_{A_{off}}(\phi_{*k+1}, \theta_{k+1}) \\ &= \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_{*k}) G \Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) G^t \Phi_{A_{off}}(\phi_{*k}, \theta_k) \end{aligned} \quad (5.38)$$

soit :

$$A_{k+1} = A_k \quad (5.39)$$

La matrice  $A$  est donc la même à chaque  $\pi/3$ .

Montrons maintenant que la matrice  $B$  est invariante tous les  $\pi/3$ . On sait d'après la relation (4.45) que :

$$(G^t G - I_{10}) \dot{x}_*(\phi_*) = \begin{bmatrix} 0_{7 \times 1} \\ -\frac{d}{d\theta} i_{r*}(\phi_*) \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

donc

$$\begin{aligned}
G\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k+1}, \phi_{*k+1})(G^t G - I_{10})\dot{x}_*(\phi_{*k+1}) &= GQ\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k})Q \begin{bmatrix} 0_{7 \times 1} \\ -\frac{d}{d\theta}i_{r*}(\phi_{*k+1}) \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \\
&= G\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) \begin{bmatrix} 0_{7 \times 1} \\ \frac{d}{d\theta}i_{r*}(\phi_{*k+1}) \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \\
&= G\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k}) \begin{bmatrix} 0_{7 \times 1} \\ -\frac{d}{d\theta}i_{r*}(\phi_{*k}) \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \\
&= G\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k})(G^t G - I_{10})\dot{x}_*(\phi_{*k})
\end{aligned} \tag{5.41}$$

d'où

$\forall k \in \mathbb{N}$ ,

$$\begin{aligned}
&\Phi_{A_{off}}(\theta_{k+2}, \tau_{*k+1})G\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k+1}, \phi_{*k+1})(G^t G - I_{10})\dot{x}_*(\phi_{*k+1}) \\
&= \Phi_{A_{off}}(\theta_{k+1}, \tau_{*k})G\Phi_{A_{on}}(\tau_{*k}, \phi_{*k})(G^t G - I_{10})\dot{x}_*(\phi_{*k})
\end{aligned} \tag{5.42}$$

soit :

$$B_{k+1} = B_k \tag{5.43}$$

A la lumière de l'équation (5.42) ci dessus, on remarque que la matrice  $B$  est la même à chaque  $\pi/3$ . Ceci finit de justifier le fait que l'on calcule l'application de

Poincaré sur un intervalle de longueur  $\pi/3$  seulement.

La périodicité de  $A$  et  $B$  tous les  $\pi/3$  nous permet de modifier la commande chaque  $\pi/3$  et non pas chaque  $2\pi/3$  comme pouvait le laisser prévoir la périodicité des modèles d'état.



## CHAPITRE VI

### LOI DE COMMANDE ET SIMULATIONS

Ce chapitre a pour but d'étudier le comportement du système et de valider les modèles développés au cours de notre étude à travers des simulations numériques.

En premier lieu, nous donnons les valeurs numériques des paramètres caractérisant la trajectoire d'équilibre du système autour de laquelle nous nous situons. Le modèle linéaire discret (5.10) sera calculé à partir de ces valeurs, et la stabilité du système sera analysée à l'aide des valeurs propres du modèle. Nous décrivons ensuite la loi de commande utilisée ici.

Des tests sont effectués en boucle ouverte et en boucle fermée. Tout d'abord nous considérons le comportement dynamique du système lorsque l'on change de régime de fonctionnement en modifiant l'angle d'allumage. Ensuite nous observons la réponse du système pour une perturbation dans les conditions initiales.

Les différentes simulations et calculs numériques ont été réalisées à l'aide du logiciel Matlab et de la librairie du Power System Blockset ([Mat98]) de Simulink.

#### 6.1 Paramètres du système

Les paramètres électriques et mécaniques du système étudié par la suite sont donnés dans les tableaux 6.1 et 6.2 en pu ([AODC] et [RDJ96]).

La fréquence du réseau est 60 Hz, de sorte que la vitesse angulaire synchrone  $\omega_s = 2\pi 60 \text{ rad/s}$ .

Les paramètres choisis pour le TCSC correspondent à une compensation de la ligne d'environ 50%. De plus, les paramètres d'entrées de la machine synchrone, à

$L_d$	$L_q$	$L_{fd}$	$L_{kd}$	$L_{kq}$	$L_{md}$	$L_{mq}$
1.116	0.416	1.083	0.9568	0.2321	$9.1763 \cdot 10^{-1}$	$2.1763 \cdot 10^{-1}$
$R_s$	$R_{fd}$		$R_{kd}$		$R_{kq}$	$H$
$3 \cdot 10^{-3}$	$6.3581 \cdot 10^{-4}$		$4.6454 \cdot 10^{-3}$		$6.8460 \cdot 10^{-3}$	3.195

TAB. 6.1 – Paramètres de la machine synchrone

$L_r$	$C_r$	$L_e$	$R_e$	$V_\infty$	$a_\infty (^\circ)$
1/35	4	0.5176	$20R_s$	1	-90

TAB. 6.2 – Paramètres du TCSC et de la ligne

savoir la puissance mécanique et la tension d'excitation, sont choisis pour travailler à une puissance égale à environ 80% de la puissance nominale de la machine et à une tension de 1 pu à la sortie de la machine. Les valeurs retenues correspondant à ces spécifications sont en pu :

$$T_m = 0.8019 \quad v_{fd} = 1.1410$$

La trajectoire d'équilibre a été déterminée numériquement en effectuant des simulations suffisamment longues. Les valeurs numériques de cette trajectoire évaluée aux instants  $\theta_k$  sont données par le tableau 6.3 en pu :

$i_{d*}$	$i_{q*}$	$i_{fd*}$	$i_{kd*}$	$i_{kq*}$	$v_{rd*}$	$v_{rq*}$	$\delta_* (rad)$	$\omega_*$
0.1732	0.7865	1.2433	0	0	0.2008	-0.0442	-1.0210	1

TAB. 6.3 – Trajectoire d'équilibre évaluée aux angles  $\theta_k, y_*(\theta_k)$ 

Enfin, on choisit les angles  $\theta_k$  d'après l'équation (5.7) :  $\theta_k \triangleq \frac{\phi_{*k} + \tau_{*k-1}}{2}$

$\sigma_*$ (°)	$\theta_0$ (°)	$\phi_{*0}$ (°)	$\tau_{*0}$ (°)
20	40.9	60.9	$\phi_{*0} + \sigma_* = 80.9$

TAB. 6.4 – Angles pour le fonctionnement du TCSC

## 6.2 Analyse en Boucle ouverte

Les matrices  $A$  et  $B$  du modèle discret ont été calculées numériquement, on trouve :

$$A = \begin{bmatrix} -0.2122 & 0.7883 & 0.5520 & 0.5476 & -0.2334 & -0.2848 & -0.7127 & -0.4880 & 0.9821 \\ -1.5939 & 0.2647 & 0.9817 & 0.9815 & 0.1205 & 1.0343 & -0.7257 & 1.0449 & 1.0967 \\ -0.2328 & 0.1542 & 1.1026 & 0.1276 & -0.0455 & -0.0569 & -0.1343 & -0.0959 & 0.1907 \\ -0.9374 & 0.6062 & 0.4302 & 1.3970 & -0.1797 & -0.2176 & -0.5542 & -0.3747 & 0.7569 \\ -1.4663 & -0.6808 & 0.9041 & 0.9039 & 1.0814 & 0.9556 & -0.6686 & 0.9644 & 1.0117 \\ 0.0517 & 0.2491 & 0.0894 & 0.0889 & -0.0269 & 0.2786 & 0.5670 & -0.0976 & 0.0185 \\ -0.3295 & 0.0916 & 0.1231 & 0.1233 & 0.0222 & -0.6843 & 0.4442 & 0.1681 & -0.0538 \\ 0.0003 & -0.0002 & -0.0003 & -0.0003 & 0.0000 & -0.0001 & 0.0001 & 0.9999 & 1.0469 \\ 0.0008 & -0.0004 & -0.0006 & -0.0006 & 0.0000 & -0.0002 & 0.0002 & -0.0003 & 0.9993 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.1076 & -0.0247 & 0.0213 & 0.0825 & -0.0239 & -0.0394 & 0.0087 & -0.0000 & -0.0000 \end{bmatrix}^t$$

Les valeurs propres de  $A$  sont :

$$P_{BO} = \begin{cases} -0.0761 \pm 0.8593i \\ 0.7935 \pm 0.3511i \\ 0.9968 \pm 0.0295i \\ 0.9989 \\ 0.9664 \\ 0.9619 \end{cases}$$

Les valeurs propres du système en boucle ouverte sont toutes strictement inférieures à 1 en module. Cinq de ces valeurs propres sont cependant de modules proches de 1. Ces pôles lents correspondent aux variables mécaniques du système.

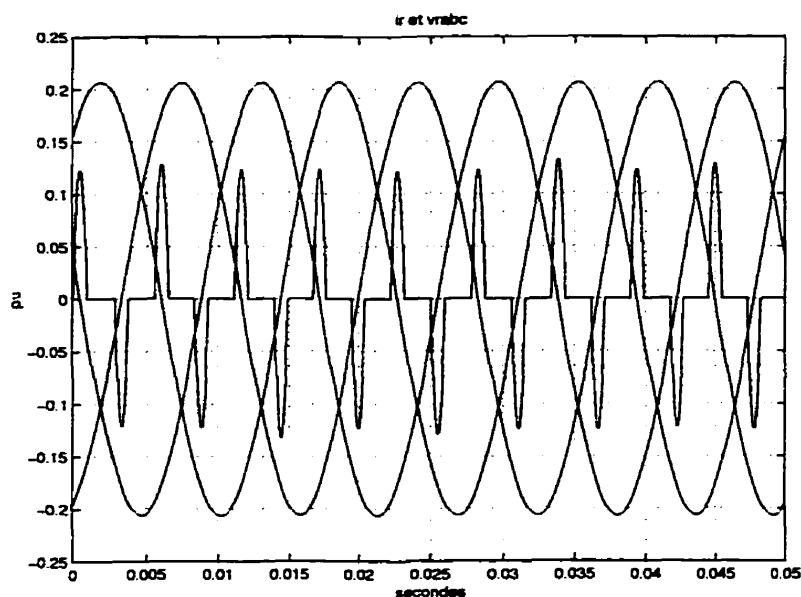


FIG. 6.1 –  $i_r$  et  $v_r$  en boucle ouverte pour un fonctionnement nominal

La figure 6.1 montre le courant  $i_r$  et la tension  $v_r$  à l'équilibre. On peut remarquer que pour un angle de conduction de  $20^\circ$  environ, les états du système sont pratiquement constants.

Les figures 6.2 à 6.6 montrent les réponses du système en boucle ouverte lorsque l'on change d'angle d'allumage pour atteindre un autre régime de fonctionnement. Nous sommes passés d'un fonctionnement avec un angle de conduction d'environ  $20^\circ$  à un fonctionnement avec un angle de conduction voisin de  $30^\circ$ . Ce qui correspond à une diminution d'angle d'allumage d'environ  $5^\circ$ .

Les courbes montrent que le système se stabilise dans un autre régime d'opération. L'augmentation de l'angle de conduction introduit plus d'harmoniques dans le système.

La stabilité a aussi été testée à partir de la réponse du système à une perturba-

tion initiale par rapport à l'état d'équilibre, ces réponses sont données à la section suivante où elles sont comparées avec des réponses en boucle fermée. On constate que les variables d'état reviennent à leurs positions d'équilibre avec des oscillations amorties. Ces réponses ont été comparées dans la section suivante avec celles qui ont été obtenues avec le contrôleur pour la même perturbation.

On peut remarquer qu'en boucle ouverte, comme pouvait le laisser prévoir les valeurs propres de la matrice  $A$ , et d'après les résultats de simulation, le système décrit dans notre étude est stable autour de la trajectoire d'équilibre définie à la section précédente.

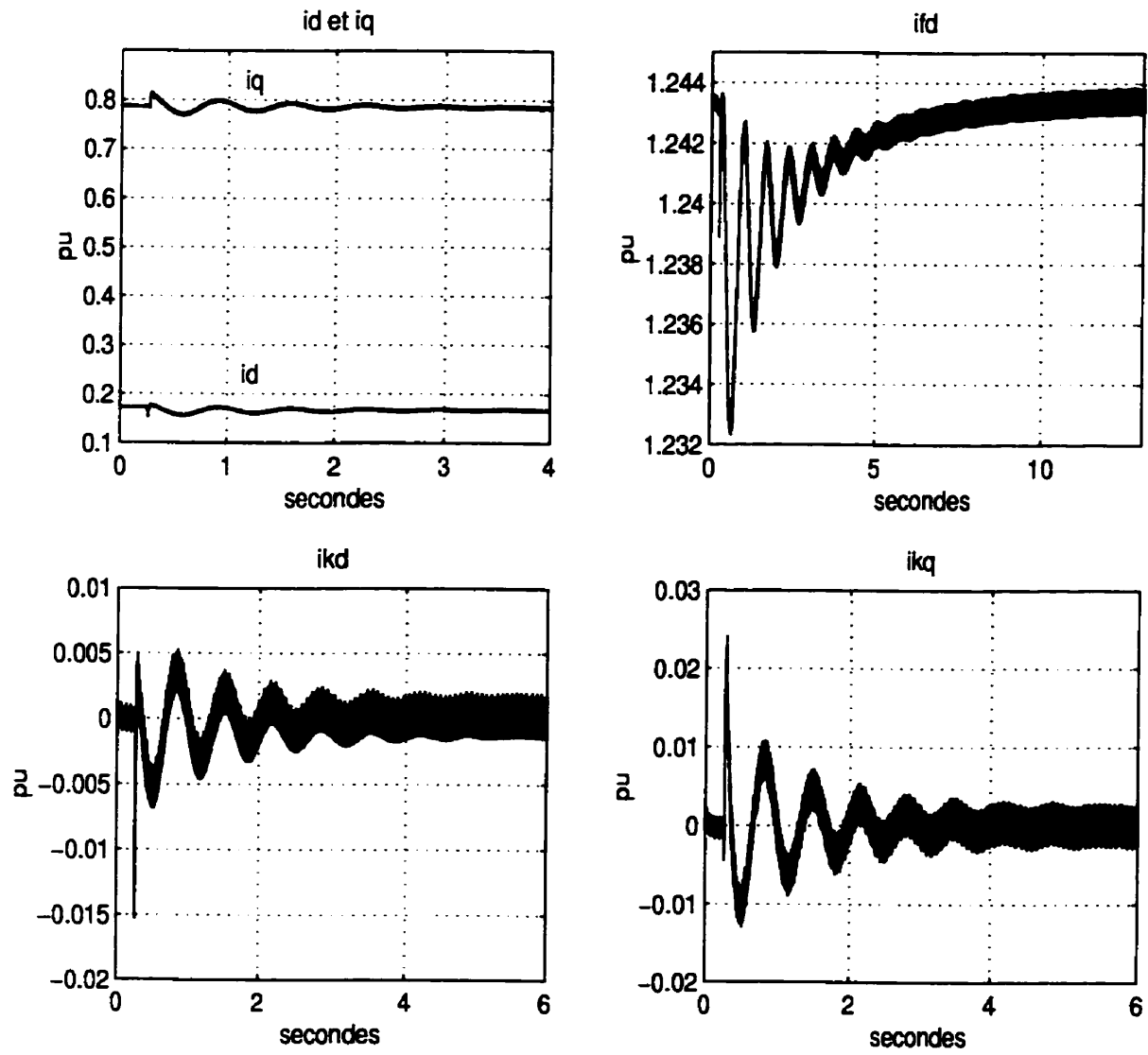


FIG. 6.2 – Courants dans la machine en boucle ouverte pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés

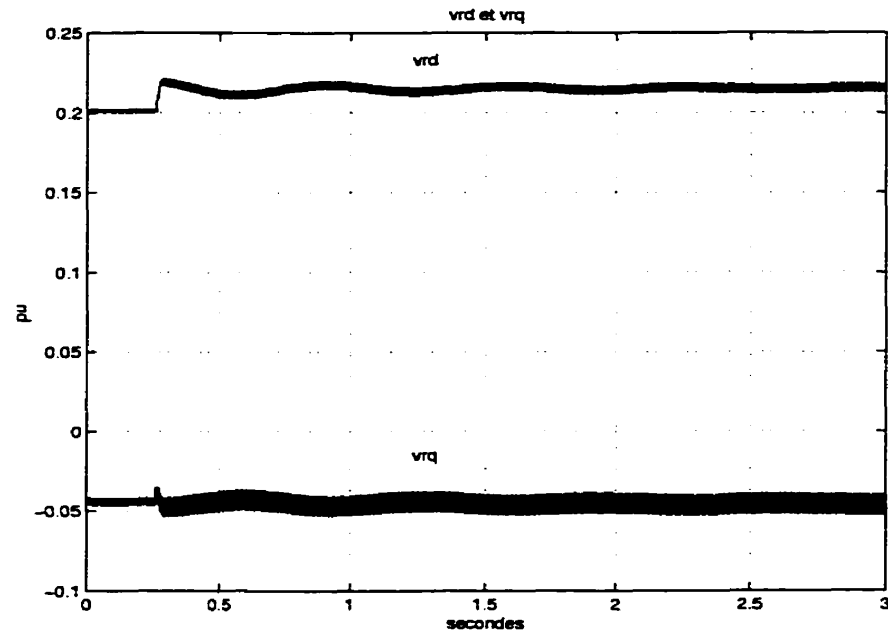


FIG. 6.3 – Tensions du TCSC en boucle ouverte pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés

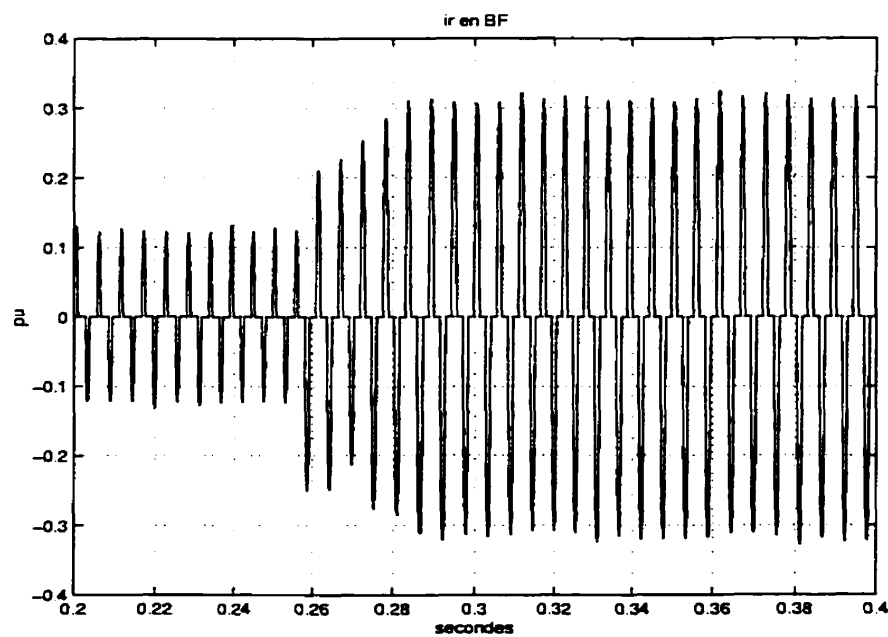


FIG. 6.4 – Courants  $i_r$  dans les TCSC en boucle ouverte pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés

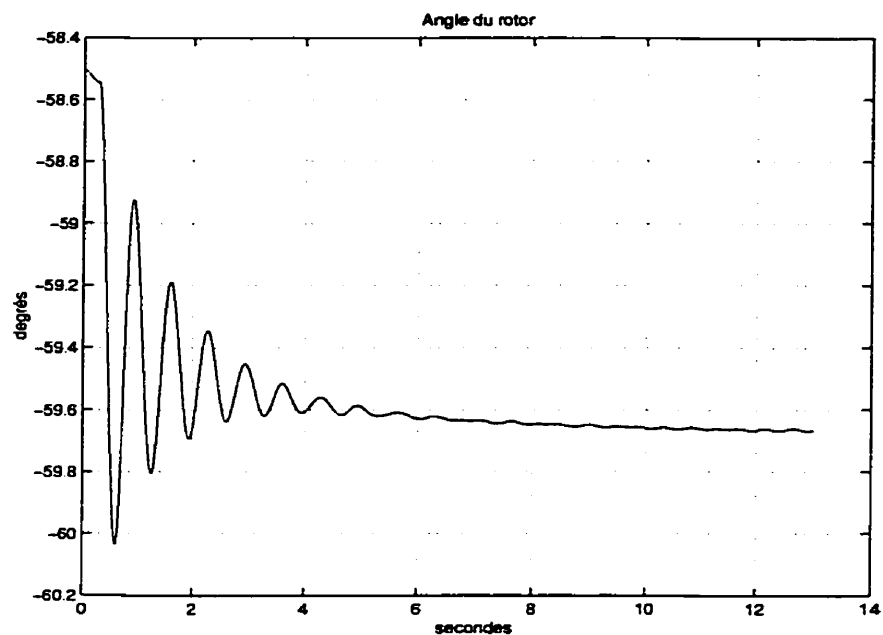


FIG. 6.5 – Angle  $\delta$  en boucle ouverte pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés

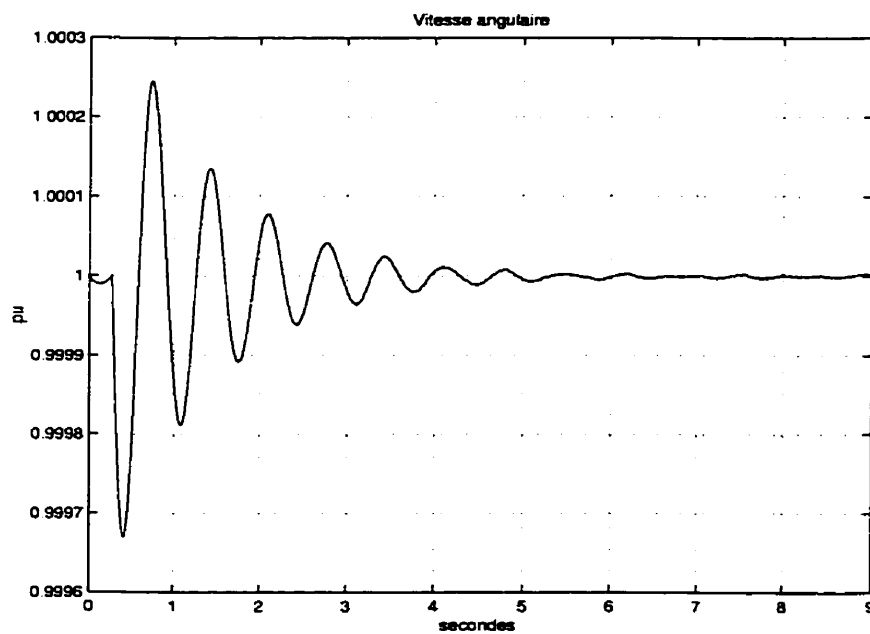


FIG. 6.6 – Vitesse angulaire  $\omega$  en boucle ouverte pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés



### 6.3 Boucle fermée

#### 6.3.1 Loi de contrôle

On choisit ici d'appliquer une commande par retour d'état de la forme :

$$u_k = -Kx_k \quad (6.1)$$

Le système en boucle fermée devient alors :

$$z_{k+1} = (A - BK) z_k \quad (6.2)$$

La matrice  $K$  sera calculée en utilisant la méthode LQR pour les systèmes discrets, il s'agit de trouver la loi de contrôle  $u_k = -Kx_k$  qui minimise la fonction coût :

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [\rho z^t(k) Q_1 z(k) + u^t(k) Q_2 u(k)] \quad (6.3)$$

où  $Q_1$  et  $Q_2$  sont des matrices de pondération. On prend  $Q_1 = H^t \bar{Q}_1 H$  de manière à accentuer l'importance dans le coût (6.3) de certaines variables choisies.  $\bar{Q}_1$  et  $Q_2$  sont prises diagonales, chaque élément de la diagonale représente la contribution de chaque variable par rapport aux autres.  $\rho$  est le ratio entre les matrices de pondération  $Q_1$  et  $Q_2$  ([FPW90]).

#### 6.3.2 Implantation de la loi de contrôle

Le contrôleur par retour d'état est implanté dans le système. La figure 6.7 montre comment évoluent les pôles du système en boucle fermée lorsque l'on fait varier le ratio  $\rho$ . Ces matrices sont choisies de façon à privilégier l'importance des variables d'état mécaniques et des courants  $i_d$  et  $i_q$ . Nous avons donc pris :

$$\bar{Q}_1 = \text{diag}(0.5, 0.5, 5, 5) \quad ; \quad Q_2 = 5$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

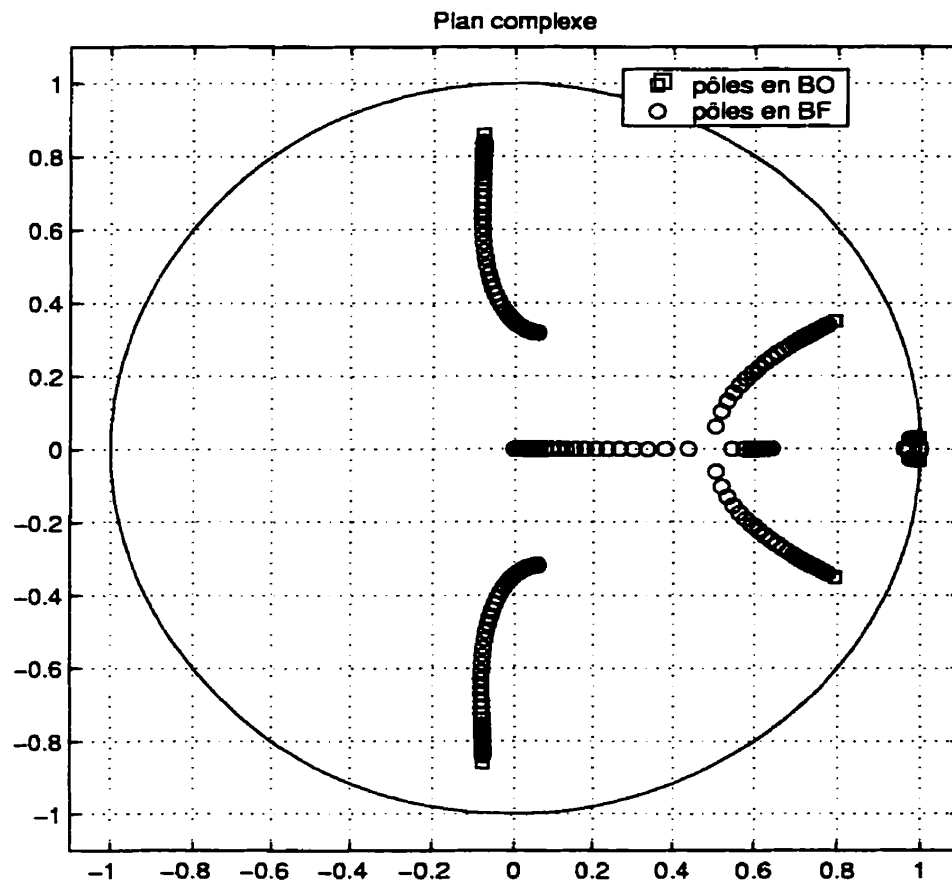


FIG. 6.7 – Lieu des racines

On peut voir que les cinq pôles proches de 1 sont peu affectés par le contrôle optimal sauf lorsque l'on augmente le poids des paramètres mécaniques dans la matrice  $Q_1$ . Malgré cela, on constate sur les réponses des variables mécaniques  $\delta$  et  $\omega$  (figures 6.11, 6.12, 6.16 et 6.17) une nette amélioration du temps de réponse. Ceci s'explique par le fait que la période d'échantillonnage  $T$  est très petite par rapport aux temps

de réponses supérieurs à une seconde ( $T = 1/360$  s). En effet, si l'on calcule les pôles en continu  $-\alpha + i\beta$  qui correspondent aux pôles  $e^{-\alpha T} e^{i\beta T}$  en discret, on voit alors de manière plus nette la différence de temps de réponse entre le système en boucle ouverte et en boucle fermée.

Pour éviter toute commutation anormale due à une commande trop brutale, on choisit de limiter celle-ci à une valeur :

$$U_{max} = \frac{\phi_{*k+1} - \theta_k}{2} \quad (6.4)$$

de sorte à toujours avoir :

$$|u_k| \leq U_{max} \quad , \quad \forall k \in \mathbb{N} \quad (6.5)$$

Le système a été simulé avec un vecteur de gains  $K$  obtenu pour les mêmes matrices  $Q_1$  et  $Q_2$  définies ci-dessus et  $\rho = 1000$ . Les valeurs de ces gains ainsi que les pôles en boucle fermée correspondants sont donnés ci-dessous :

$$K = \begin{bmatrix} 13.9744 & 1.9984 & -12.4975 & -12.3895 & -1.5264 & -7.8156 & -2.7591 & 2.3860 & 558.8782 \end{bmatrix}$$

$$P_{BF} = \begin{cases} -0.0784 \pm 0.5791i \\ 0.5750 \pm 0.1863i \\ 0.9778 \pm 0.0275i \\ 0.9988 \\ 0.9683 \\ 0.9642 \end{cases}$$

Les figures 6.8 à 6.13 montrent l'évolution des variables du système en boucle

fermée, avec le gain  $K$ , pour le même changement d'angle d'allumage qu'en boucle ouverte. Le contrôleur réduit la période transitoire observée sur les courbes précédentes. On atteint de façon stable un autre régime de fonctionnement.

Les figures 6.14 à 6.18 montrent les réponses en boucle fermée des variables du système pour une perturbation initiale sur  $\delta$  de 0.15 radians et avec le gain  $K$ . Ces figures permettent de comparer les réponses obtenues sans contrôle et celles obtenues avec le retour d'état  $K$ . On constate une nette amélioration du temps de réponse et une diminution des oscillations dans le système.

Plus l'angle de conduction est grand, plus le TCSC introduit d'harmoniques dans le système et plus les variables subissent de distorsion. On voit sur les réponses de tensions et de courants lorsque le système est contrôlé que la distorsion harmonique augmente lorsque l'action de contrôle tend à augmenter l'angle de conduction. Les figures 6.10 et 6.15 nous montrent comment agit le contrôleur à travers la variable  $i_r$ . On peut voir l'effet des variations d'angle d'allumage sur les courbes de la variable  $i_r$ .

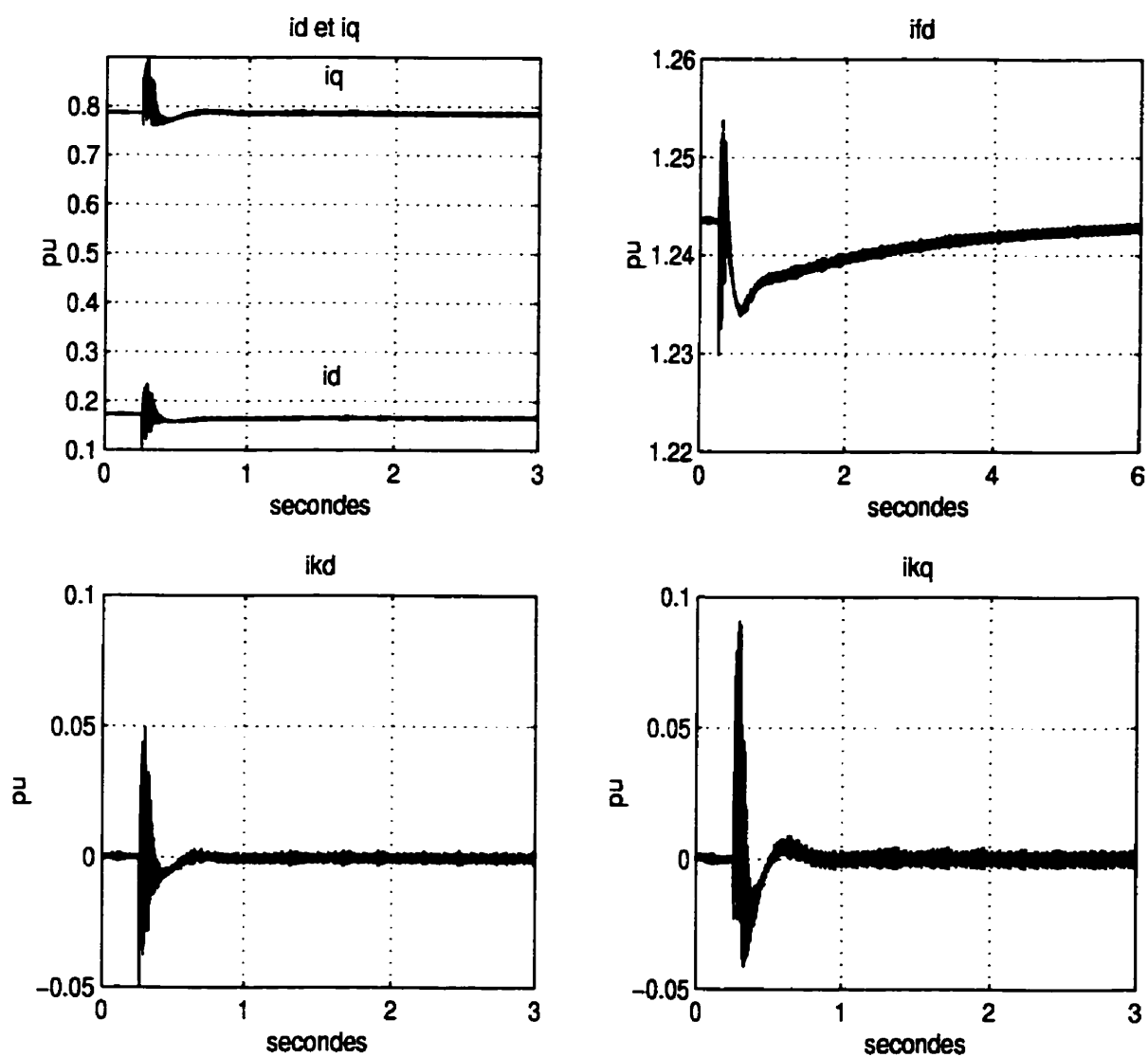


FIG. 6.8 – Courants dans la machine en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés

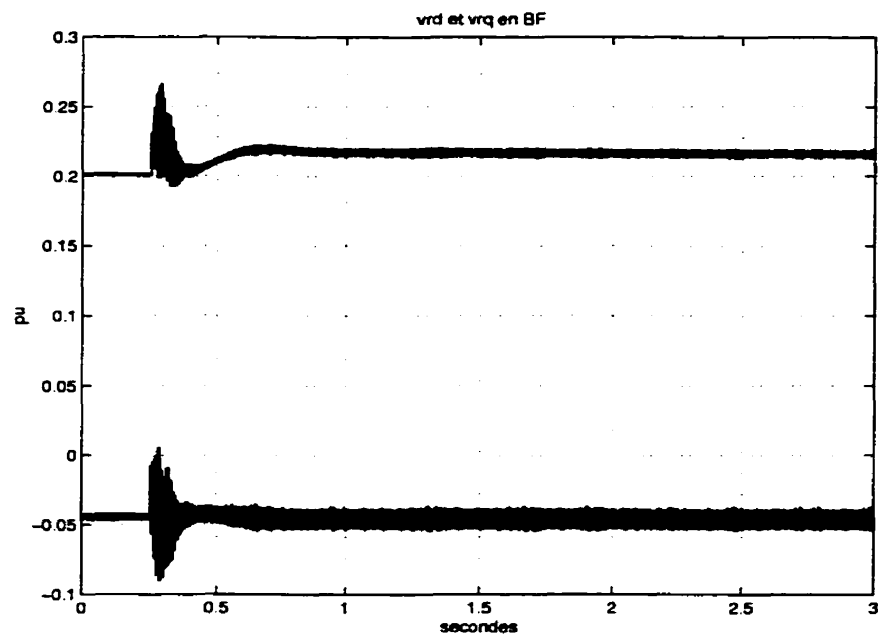


FIG. 6.9 – Tension du TCSC en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés

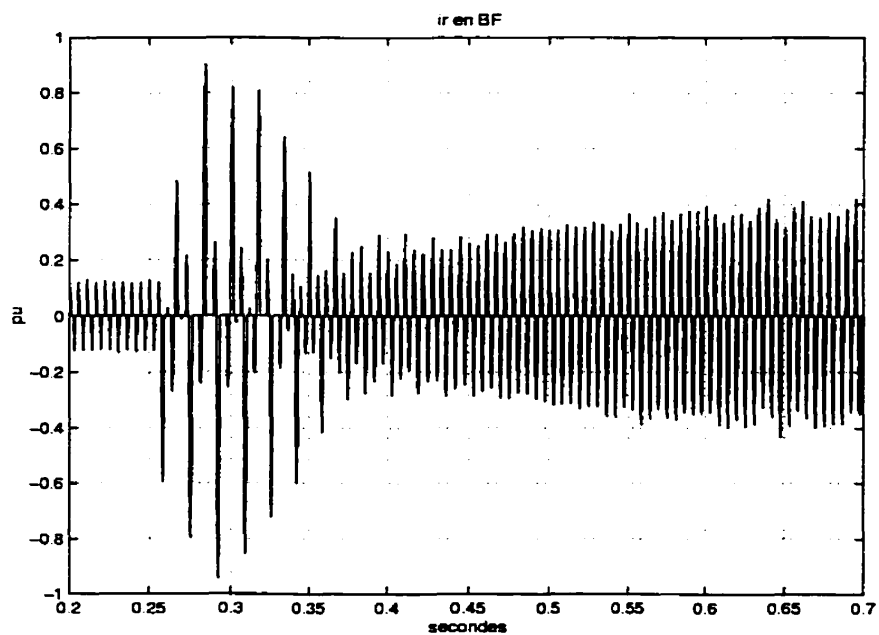


FIG. 6.10 – Courant  $i_r$  en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés

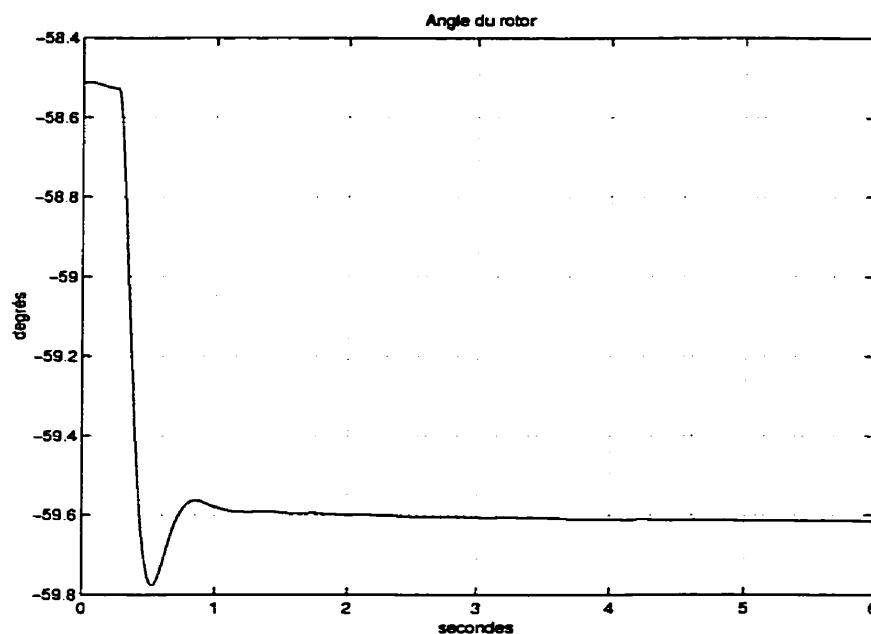


FIG. 6.11 – Angle  $\delta$  en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés

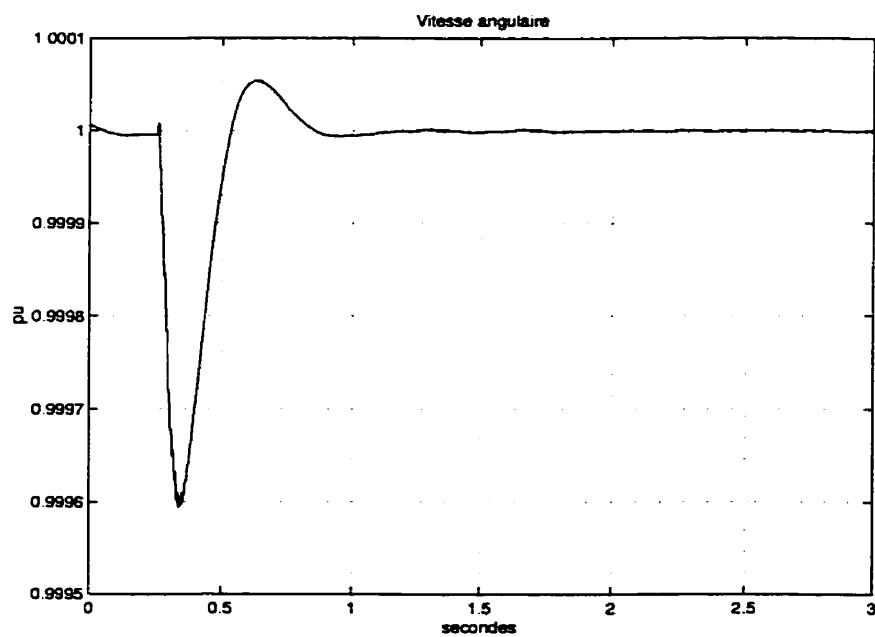


FIG. 6.12 – Vitesse angulaire  $\omega$  en boucle fermée pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés

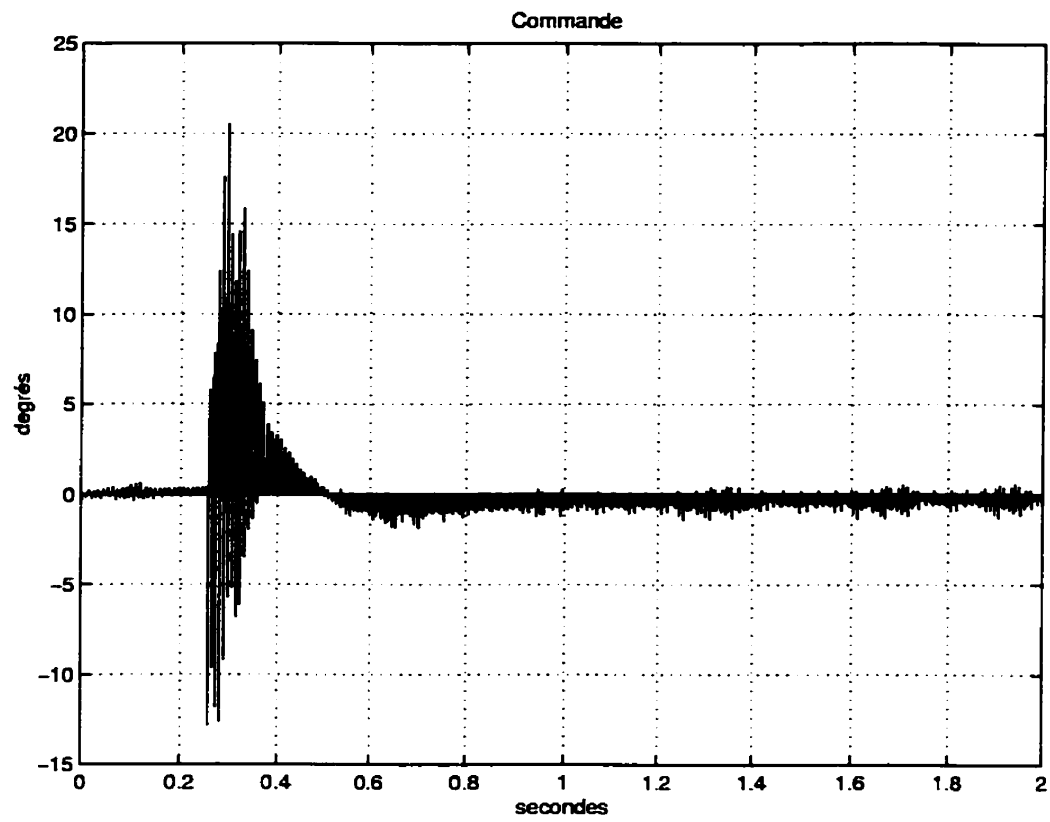


FIG. 6.13 – Commande du système pour un changement d'angle d'allumage de 5 degrés



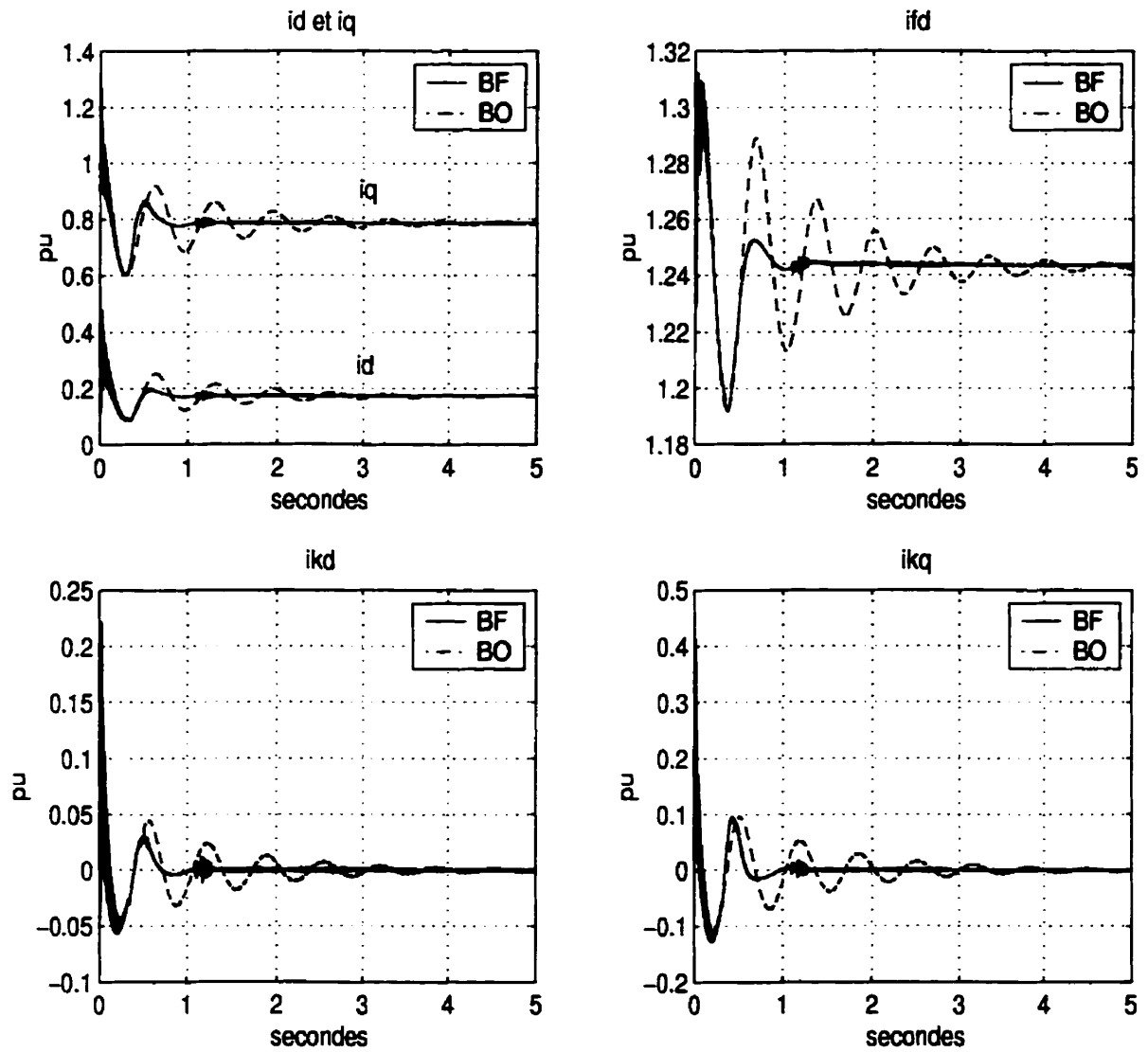


FIG. 6.14 – Courants dans la machine en boucle ouverte et en boucle fermée pour une perturbation initiale sur  $\delta$

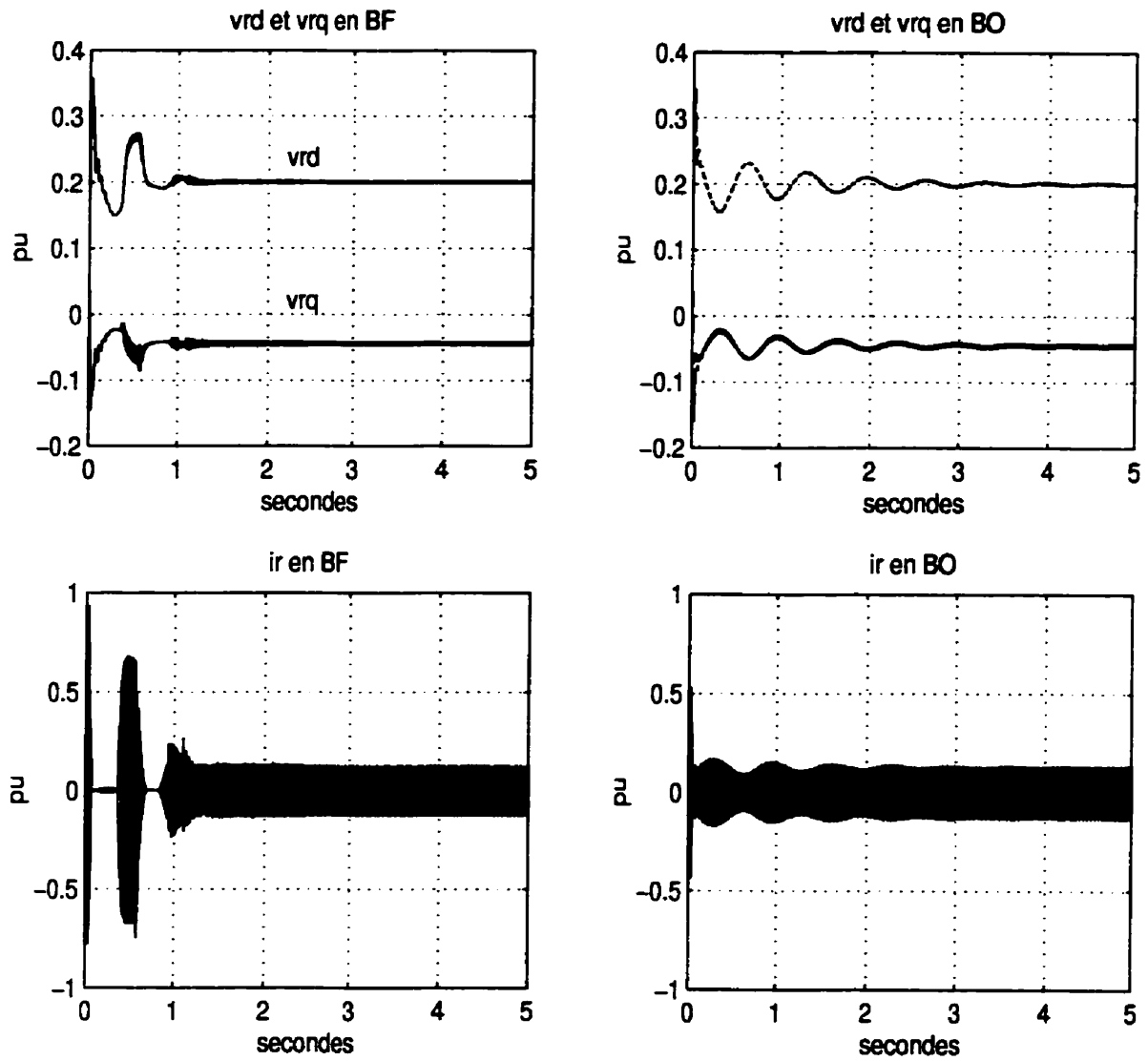


FIG. 6.15 – Tensions et courant du TCSC en boucle ouverte et en boucle fermée pour une perturbation initiale sur  $\delta$

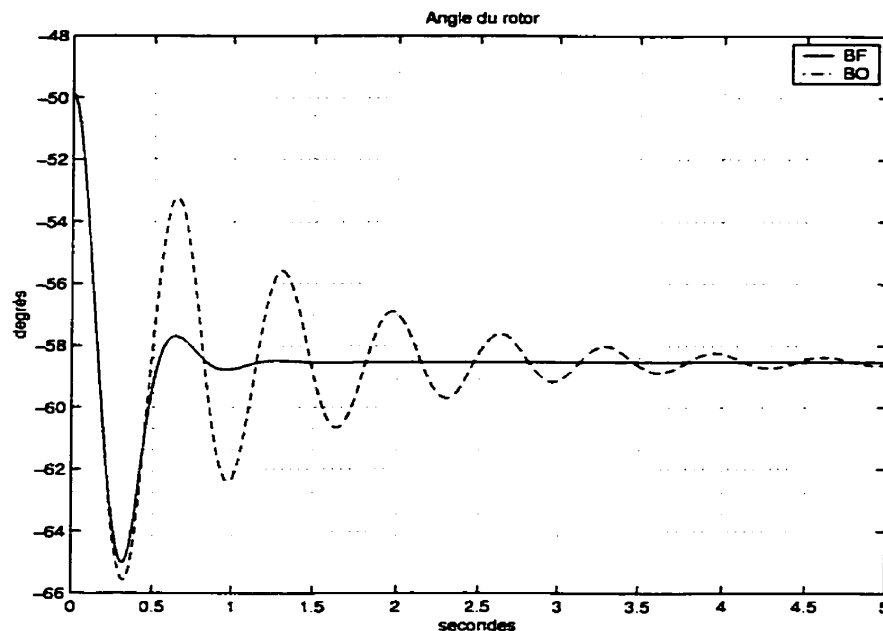


FIG. 6.16 – Angle  $\delta$  en boucle ouverte et en boucle fermée pour une perturbation initiale sur  $\delta$

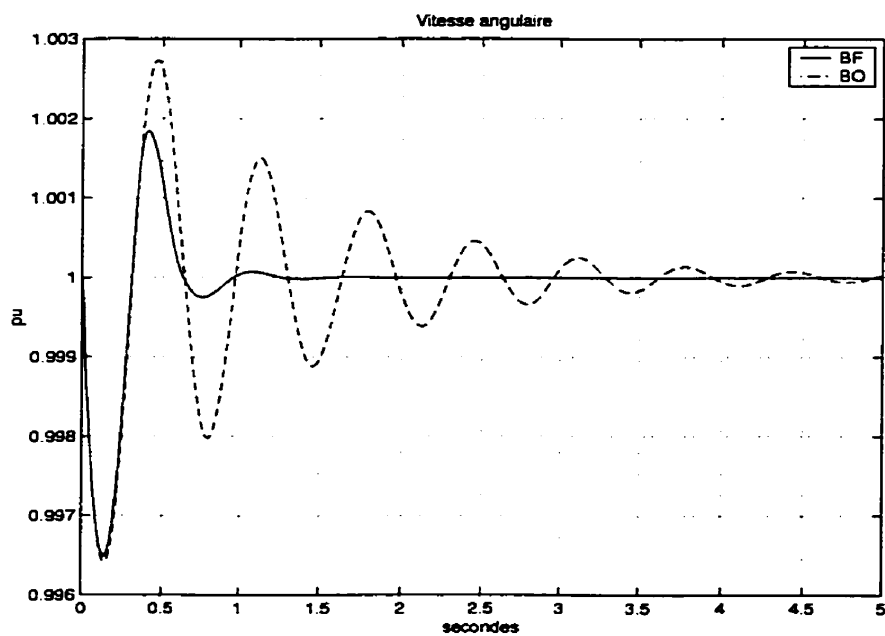


FIG. 6.17 – Vitesse angulaire  $\omega$  en boucle ouverte et en boucle fermée pour une perturbation initiale sur  $\delta$

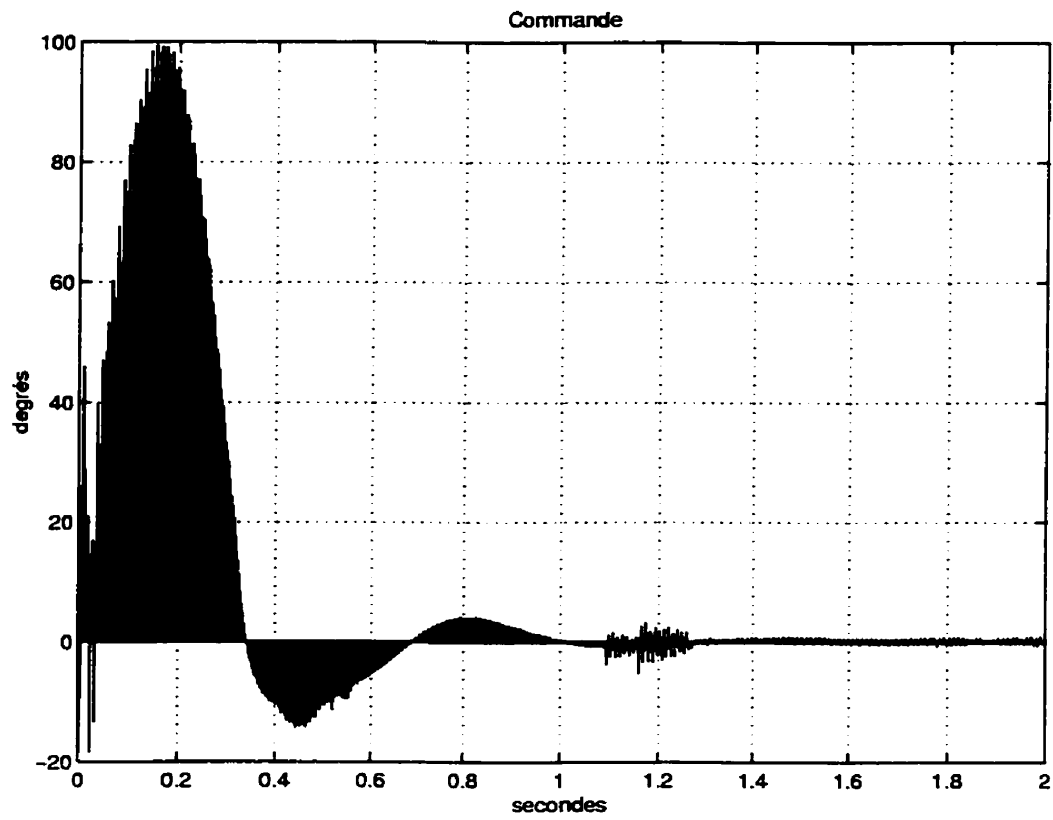


FIG. 6.18 – Commande du système pour une perturbation initiale sur  $\delta$

## CONCLUSION

Les objectifs de cette recherche consistaient à dégager un modèle à des fins de commande pour le système assez particulier présenté ici. Le système constitué principalement d'une génératrice synchrone et d'un TCSC est difficile à étudier car on change de systèmes dynamiques de façon successive suivant l'état de conduction des thyristors. Un des problèmes majeurs est que les instants où l'on change de système dépendent eux-mêmes des variables d'état du système. De plus, le modèle est fortement non linéaire à cause des équations de la machine et variant dans le temps car le TCSC introduit des termes non sinusoïdaux et donc la transformation de Park ne suffit plus à rendre les états du système stationnaires en régime permanent.

Ce travail nous a permis de dégager une méthode qui rend possible l'étude de systèmes complexes tels que celui présenté dans ce mémoire. Cette méthode s'appuie sur l'utilisation de l'application de Poincaré pour obtenir un modèle discret et linéaire par rapport à l'état du système évalué à chaque  $\pi/3$  et par rapport aux instants d'allumage des thyristors qui constituent la commande du système. Elle nous a permis d'obtenir un contrôleur autour d'un régime de fonctionnement du système.

La méthode a été validée par des simulations pour un contrôleur par retour d'état discret. Elles montrent une amélioration du temps de réponse et une diminution des oscillations pour une petite perturbation initiale par rapport à l'état d'équilibre ou pour un changement d'angle d'allumage.

La recherche décrite dans ce mémoire constitue une première approche pour l'étude et la simulation de tels systèmes. On pourrait étendre les simulations à d'autres points de fonctionnement, et surtout étudier l'effet sur le système d'angles de conduction plus

grands que ceux utilisés ici. Ce qui rendrait le système plus difficile à modéliser. La robustesse de ce contrôleur devrait être étudiée ainsi que d'autres types de lois de contrôle.

Il faudrait aussi adapter un contrôleur à d'autres types de dysfonctionnement tels que des défauts majeurs comme des courts-circuits mais surtout regarder l'influence du contrôleur sur le phénomène de résonance sous synchrone. De plus, il serait nécessaire de voir l'interaction d'un tel dispositif avec tous les éléments du réseau.

Le modèle pour le contrôle décrit ici peut servir comme moyen pour comparer et évaluer un design de contrôleur plus simplifié comme celui établi par [HT98] où la machine est remplacée par une source sinusoïdale parfaite équivalente.

La méthode de modélisation présentée ici constitue une démarche qui pourrait être appliquée pour l'étude d'autres circuits comportant de l'électronique de puissance.

## BIBLIOGRAPHIE

- [AF77] P.M. Anderson and A. A. Fouad. *Power System Control and Stability*. Iowa State University Press, 1977.
- [AODC] Ouassima Akhrif, Francis-Aimé Okou, Louis-A Dessaint, and Roger Champagne. Application of a multivariable feedback linearization scheme for rotor angle stability and voltage regulation of power systems.
- [DJ93] I. Dobson and S. Jalali. Surprising simplification of the jacobien of diode switching circuits. *IEEE Intl. Symp. on Circuits and Systems*, pages 2652–2655, May 1993.
- [Fau96] Zeno T. Faur. Effects of FACTS devices on static voltage collapse phenomena. Master's thesis, University of Waterloo, 1996.
- [FPW90] Gene F. Franklin, J. David Powell, and Michael L. Workman. *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- [GH86] John Guckenheimer and Philip Holmes. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Springer-Verlag, NY, 1986.
- [Hin93] N. G. Hingorani. Flexible AC transmission. *IEEE Spectrum*, pages 40–45, 1993.
- [HPL97] Hak-Guhn Han, Jong-Keun Park, and Byung-Ha Lee. Analysis of thyristor controlled series compensator dynamics using the state variable approach of a periodic system model. 1997.
- [HT98] Ernesto Hidalgo-Tupia. Modélisation et analyse de stabilité du circuit compensateur statique variable. Master's thesis, École Polytechnique de Montréal, 1998.
- [JLD94] Sasan G. Jalali, Robert H. Lasseter, and Ian Dobson. Dynamic response of a thyristor controlled switched capacitor. *IEEE Trans. Power Delivery*, 9 :1609–1615, 1994.

- [Kha96] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, Upper Saddle River, 1996.
- [Kra86] Paul C. Krause. *Analysis of Electric Machinery*. McGraw-Hill, 1986.
- [Las] Robert H. Lasseter. Interaction of power systems with thyristor controlled reactors and other facts devices. Technical report, University of Wisconsin Madison.
- [Mat98] The Mathworks. *Power System Blockset*, 1998.
- [Raj96] Rajesh Rajaraman. *Damping of Subsynchronous Resonance and Nonlinear Dynamics in Thyristor Switching Circuits*. PhD thesis, University of Wisconsin-Madison, 1996.
- [RDJ96] R. Rajaraman, I. Dobson, and S. G. Jalali. Nonlinear dynamics and switching time bifurcations of a thyristor controlled reactor circuit. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, pages 1001–1006, vol. 43, no 12, Dec. 1996.
- [RDLS96] Rajesh Rajaraman, Ian Dobson, Robert H. Lasseter, and Yihchih Shern. Computing the damping of subsynchronous oscillations due to a thyristor controlled series capacitor. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 11(2) :1120–1127, April 1996.
- [SP98] Peter W. Sauer and M. A. Pai. *Power System Dynamics and Stability*. Prentice-Hall, 1998.